На правах рукописи

ТЕРЕШИН ДМИТРИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ

МЕТОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ В КЛАССАХ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ НА ОСНОВЕ ЗАДАЧНОГО ПОДХОДА

Специальность 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика)

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

Москва
2015

Работа выполнена на кафедре элементарной математики и методики обучения математике математического факультета ФГБОУ ВПО «Московский педагогический государственный университет»

Научный руководитель: доктор педагогических наук, профессор
Гусев Валерий Александрович

Официальные оппоненты: **Щепин Евгений Витальевич,** член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, ФГБУН Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук, отдел геометрии и топологии, главный научный сотрудник отдела

Сотникова Татьяна Александровна, кандидат педагогических наук, доцент ФГБОУ ВПО «Поволжская государственная социально-гуманитарная академия», научно-исследовательская часть ПГСГА, старший научный сотрудник научно-исследовательской части

Ведущая организация: ФГАОУ ВПО «Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова»

Защита состоится 24 апреля 2015 года в 15 часов на заседании диссертационного совета Д 212.154.18 при ФГБОУ ВПО «Московский педагогический государственный университет» по адресу: 107140, г. Москва, ул. Краснопрудная, д. 14, ауд. 401.

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале библиотеки ФГБОУ ВПО «Московский педагогический государственный университет» по адресу: 119991, г. Москва, ул. Малая Пироговская, д. 1, стр. 1 и на официальном сайте университета www.mpgu.edu.

Автореферат разослан « __ » _____________ 2015 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Асланов Рамиз Муталлим оглы

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования. С начала 2000-х годов в России осуществляется профильное обучение в старшей школе, которое выступает в качестве средства дифференциации и индивидуализации обучения. Одним из таких профилей является физико-математический, ориентированный на углубленное изучение школьниками точных наук, в том числе математики.

Известно, что математическое образование учащихся представляет собой сложный процесс, основными компонентами которого являются освоение системы математических фактов и идей; овладение математической деятельностью и развитие математического мышления.

Последний из перечисленных компонентов является наиболее значимым для обучения математике на углубленном уровне, так как без него невозможно понять ту или иную математическую идею и овладеть определенными умственными операциями.

Процесс развития математического мышления должен быть ориентирован не столько на формирование у школьников определенных операций, сколько развивать у них способности к обнаружению новых связей и овладению общими приемами, которые могут быть использованы для решения новых задач.

В декабре 2013 года была принята Концепция развития российского математического образования. Рабочую группу по разработке Концепции возглавлял академик, доктор физико-математических наук, профессор А.Л. Семенов. Одной из основных идей Концепции является утверждение о том, что «освоение математики должно происходить, в первую очередь, в процессе решения содержательных задач на основе точно сформулированных правил. Математическая деятельность – ключевой элемент всей системы математического образования».

Вопросам модернизации системы математического образования посвящены работы Х.Ж. Ганеева, Э.Ж. Гингулис, Ю.А. Горяева, В.А. Гусева, Г.В. Дорофеева, И.К. Жинеренко, К.И. Камбарова, А.Н. Колмогорова, Ю.М. Колягина, В.Г. Краснослабоцкой, О.С. Куликовой, А.Г. Мордковича, М.А. Назмутдиновой, Н.Х. Розова, В.А. Садовничего, А.Л. Семёнова, В.М. Тихомирова, Е.И. Фоменко, М.И. Шабунина и др.

Задачный подход в обучении математике и другим предметам рассматривался в работах Ф.Ф. Ардувановой, Г.А. Балла, Г.Ф. Валеевой, Ж. Вернье, Е.А. Гафаровой, Г.А. Клековкина, Ю.М. Колягина, А.А. Максютина, В.В. Прасолова, Г.И. Саранцева, А.И. Фетисова, Л.М. Фридмана, С.И. Шохора-Троцкого, И.Ф. Шарыгина, П.М. Эрдниева и др.

Проблемам профилизации обучения математике были посвящены исследования В.Г. Болтянского, В.Ф. Бутузова, Г.Д. Глейзера, В.А. Гусева, Л.О. Денищевой, Г.В. Дорофеева, Ю.М. Колягина, Л.В. Кузнецовой, Г.Л. Луканкина, И.М. Смирновой, С.Б. Суворовой, М.В. Ткачевой, Р.А. Утеевой, Н.Е. Федоровой, М.И. Шабунина и др. В них раскрываются различные аспекты дифференциации как методологической основы проектирования профильного обучения, в том числе способы организации учебного процесса в профильных классах, определение направлений обучения и пути формирования содержания обучения математике и др.

В системе математической подготовки школьников курс геометрии играет особую роль, так как является мощным средством развития личности в самом широком диапазоне ее ресурсов: умственном, культурном, нравственном и др. Проблемы обучения геометрии рассматривались в исследованиях А.Д. Александрова, Л.С. Атанасяна, В.Ф. Бутузова, А.Л. Вернера, В.А. Гусева, Л.И. Звавича, В.А. Ильина, С.Б. Кадомцева, А.П. Киселева, А.В. Погорелова, Э.Г. Позняка, Е.В. Потоскуева, Н.А. Рыбкина, В.И. Рыжика, И.М. Смирновой, М.И. Шабунина, И.Ф. Шарыгина и др. Однако, несмотря на широкий круг исследований, в сложившейся практике профильного обучения геометрии недостаточно реализуются аспекты, связанные с целенаправленным развитием у школьников математической деятельности и математического мышления.

Проблема исследования заключается в разрешении следующих противоречий:

1) между современными подходами к обучению математике как процессу овладения математической деятельностью и их недостаточной реализацией в методике преподавания геометрии на углубленном уровне;

2) между объективной необходимостью проектирования образовательного процесса по обучению геометрии в классах физико-математического профиля и отсутствием соответствующей методической системы обучения.

Объект исследования – процесс обучения геометрии в классах физико-математического профиля.

Предмет исследования – методическая система обучения геометрии в классах физико-математического профиля на основе задачного подхода.

Цель исследования – разработка и экспериментальная проверка методической системы обучения геометрии в физико-математических классах.

Гипотеза исследования заключается в том, что эффективность овладения школьниками математической деятельностью в классах физико-математического профиля повысится при использовании методической системы обучения геометрии, особенности которой отражает комплекс педагогических условий:

- процесс обучения геометрии носит преимущественно поисковый характер, а содержание обучения создает базу для самостоятельной творческой деятельности учащихся;

- структура содержания обучения имеет модульный характер и обеспечивает освоение теоретического материала в сочетании с упражнениями и системой задач, включающих применение уже известных методов в новых условиях (*аналогия*), *комбинацию методов и приемов*, использование *нестандартных идей и исследовательских задач*.

- стимулирование учащихся к овладению математической деятельностью осуществляется на основе *рейтинговой системы оценки* и использования *портфолио* для фиксации образовательных результатов, что создает возможности для учета индивидуальных особенностей обучаемых.

Проблема, цель и гипотеза исследования определили его **задачи**.

1. На основе анализа педагогической литературы определить концептуальные подходы к обучению стереометрии в классах физико-математического профиля.

2. Разработать методическую систему обучения геометрии в классах физико-математического профиля, ориентированную на овладение учащимися математической деятельностью на основе задачного подхода.

3. Экспериментально проверить эффективность разработанной методической системы.

Общеметодологической основой исследования являются положения философии о сущности комплексного подхода к научным проблемам, о единстве теории и практики, взаимосвязи и взаимодействии объективного и субъективного, традиционного и инновационного; научные положения об образовании как единстве обучения, развития и воспитания; идеи гуманизации и гуманитаризации математического образования.

Теоретическую основу исследования составляют:

- концепция деятельностного подхода (А.К. Артемов, А.М. Волков, П.А. Гальперин, В.А. Гусев, В.В. Давыдов, О.Б. Епишева, А.В. Запорожец, В.П. Зинченко, Ю.М. Колягин, В.И. Крупич, А.Н. Леонтьев, Е.И. Лященко, Г.И. Саранцев, А.А. Столяр, Д.Б. Эльконин и др.);
- концепция личностно-ориентированного обучения (Е.В. Бондаревская, В.И. Данильчук, В.В. Сериков, И.С. Якиманская и др.);
- методологические основы математики (Ж. Адамар, А.Д. Александров, Д. Гильберт, М. Клайн, Ф. Клейн, Л.Д. Кудрявцев, Дж. Пойа, А. Пуанкаре, Г.И. Рузавин, В.М. Тихомиров, Г. Фройденталь и др.);
- методологические положения, определяющие развитие системы современного математического образования (А.В. Гладкий, Г.Д. Глейзер, В.А. Гусев, Г.В. Дорофеев, Т.А. Иванова, А.Г. Мордкович, Г.И. Саранцев, И.М. Смирнова, М.В. Ткачева, О.Ф. Треплина и др.);
- методические концепции обучения геометрии в общеобразовательной школе (А.Д. Александров, Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, А.Л. Вернер, В.А. Гусев, В.А. Ильин, С.Б. Кадомцев, А.В. Погорелов, Э.Г. Позняк, В.И. Рыжик, И.М. Смирнова, И.Ф. Шарыгин и др.).

В ходе исследования использовались **методы:**

- аналитические (анализ литературных источников; изучение педагогического опыта);
- диагностические (наблюдение, анкетирование, тестирование, изучение педагогический документации);
- формирующие (педагогическое проектирование, эксперимент);
- статистические (анализ и обработка данных эксперимента).

Наиболее существенные результаты, полученные лично соискателем, и их **научная новизна.**

1. Теоретически обоснована, разработана и апробирована методическая система обучения геометрии в классах физико-математического профиля, ориентированная на освоение учащимися системы математических фактов и идей, овладение математической деятельностью и развитие математического мышления; в соответствии с ней процесс обучения проектируется как самостоятельный творческий поиск, осуществляемый учащимися и управляемый посредством отбора,

структурирования теоретического материала и его проблемного изложения через систему упражнений и задач.

2. Разработана система задач, включающая исследовательские задачи и задачи: на применение уже известных методов в новых условиях (аналогия); на комбинацию методов и приемов; на использование нестандартных идей; использование этой системы обеспечивает овладение основными компонентами математической деятельности: математической организацией эмпирического материала с использованием эмпирических и индуктивных методов, логической организацией математического материала на основе методов логики и применение математической теории с помощью решения задач.

3. Представлена система приёмов стимулирования учащихся к овладению математической деятельностью на основе учета их индивидуальных особенностей посредством использования рейтинговой системы оценки и портфолио для фиксации образовательных результатов.

Теоретическая значимость исследования: предложенная методическая система обучения геометрии учащихся классов физико-математического профиля на основе задачного подхода, дополняет такие научные направления теории и методики обучения математике, как: «Общая методика обучения математике», «Методика обучения геометрии», следующими особенностями:

- проектирование процесса обучения геометрии как управляемой самостоятельной работы учащихся, обеспечивающей овладение основными компонентами математической деятельности на основе совокупности принципов: учета индивидуальных особенностей, активизации познавательной самостоятельности, создание содержательной основы для развития у школьников способности к обнаружению новых связей и формирования общих приемов, которые могут быть использованы для решения новых задач;
- модульное конструирование содержания обучения, включающего вариативную систему задач, обеспечивающего учет индивидуальных потребностей и возможностей учащихся; его структура представлена математической теорией, примерами ее использования при решении задач, задачами для самостоятельного решения и заданиями для контроля знаний учащихся;
- диагностика индивидуального развития обучаемых в процессе внедрения разработанной методической системы обучения геометрии с использованием методов проблемного и исследовательского обучения, рейтинговой системы оценивания учебных достижений учащихся и портфолио для их фиксации.

Практическая значимость исследования:

- созданный в соответствии с концепцией исследования, учебно-методический комплект, включающий: учебник «Геометрия 10–11 классы», рекомендованный в 2011 году МО и науки РФ для изучения в общеобразовательных учреждениях на профильном уровне; учебное пособие «Сборник задач по геометрии. 10–11 классы», могут быть использованы как в практике работы учителей математики, так и в процессе подготовки будущих учителей математики в педагогических вузах;

- разработанное пособие «Система развития всероссийских предметных олимпиад школьников, отбора и подготовки национальных сборных команд России на международные олимпиады по физике и математике» (за которую автор был удостоен премии Правительства Российской Федерации в области образования), могут быть использованы учителями математики для подготовки школьников к математическим олимпиадам и для их проведения; в процессе подготовки будущих учителей математики в педагогических вузах, на курсах повышения квалификации учителей математики.

Достоверность и обоснованность научных положений и выводов исследования обеспечиваются научной обоснованностью используемых методологических подходов и соответствующей логикой исследования; соответствием полученных результатов и выводов теоретическим положением современной психолого-педагогической науки, положительными результатами и репрезентативностью педагогического эксперимента.

Базой научного исследования и опытно-экспериментальной работы явились: кафедра высшей математики Московского физико-технического института, кафедра элементарной математики и методики обучения математике математического факультета Московского педагогического государственного университета, Физико-математический лицей № 5 г. Долгопрудный, Президентский физико-математический лицей № 239 г. Санкт-Петербург и Физико-технический лицей № 1 г. Саратов.

Исследование проводилось с 1996 по 2014 год и включало в себя три этапа.

На первом этапе (1996–2000) осуществлялся анализ существующих в педагогической науке и образовательной практике подходов к проблеме дифференциации обучения в преподавании математики, изучался опыт организации обучения математике в классах физико-математического профиля, определялись концептуальные основы исследования, проводился констатирующий этап педагогического эксперимента.

На втором этапе (2000–2012) была разработана и апробирована методическая система обучения геометрии в классах физико-математического профиля, проводился формирующий этап эксперимента на базе упомянутых выше школ Долгопрудного, Санкт-Петербурга и Саратова.

На третьем этапе (2012–2014) было осуществлено внедрение полученных результатов в практику преподавания физико-математического лицея № 5 г. Долгопрудный, Президентского физико-математического лицей № 239 г. Санкт-Петербург и физико-технического лицея №1 г. Саратов; была проведена обработка результатов экспериментальной работы, сформулированы основные выводы и рекомендации, оформлена диссертационная работа и автореферат.

Основные результаты исследования обсуждались и докладывались на Международной научной конференции «Наука и образование эпохи нового возрождения в мировой научно-образовательной системе» (Ашхабад, 2009); 53-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук» (Москва, 2010); Международной научно-методической конференции «Роль новых технологий в реализации реформ образования Президента Туркменистана Гурбангулы Бердымухамедова и современные методы обучения» (Ашхабад, 2011); Всероссийской научной школы «Технологии работы с талантливой молодежью для решения задач модернизации страны» (Москва, 2011); 55-й научной конференции МФТИ (Москва, 2012); 56-й научной конференции МФТИ (Москва, 2013); научно-методическом семинаре математического факультета МПГУ «Актуальные проблемы преподавания математики и информатики в школе и педагогическом вузе» (Москва, 2014).

На защиту выносятся следующие положения:

1) процесс обучения геометрии в классах физико-математического профиля должен быть ориентирован на поэтапное овладение математической деятельностью, которое осуществляется в ходе управления самостоятельной работой учащихся; ее организация базируется на совокупности следующих принципов: учета индивидуальных особенностей, активизации познавательной самостоятельности, создание содержательной основы для развития у школьников способности к обнаружению новых связей и формирования общих приемов, которые могут быть использованы для решения новых задач;

2) особенностями методической системы обучения геометрии в классах физико-математичесокого профиля, ориентированной на овладение учащимися математической деятельностью являются:

- модульная структура содержания обучения, ориентированная на освоение системы математических фактов и идей, овладение математической деятельностью и развитие математического мышления;

- использование системы задач, включающих применение уже известных методов в новых условиях (аналогия), комбинацию методов и приемов, использование нестандартных идей и исследовательского подхода;

- применение проблемного и исследовательского методов обучения, систематического обсуждения важных идей и методов решения задач, способствующих целенаправленно развивать компоненты математической деятельности: математическую организацию эмпирического материала с использованием эмпирических и индуктивных методов, логическую организацию математического материала на основе методов логики и применение математической теории с помощью решения задач;

3) система стимулирования учащихся к овладению математической деятельностью базируется на учете их индивидуальных особенностей и организации активного самостоятельного творческого поиска посредством обеспечения вариативности содержания обучения; диагностика индивидуального развития математического мышления и овладения математической деятельностью осуществляется с использованием рейтинговой системы оценки и портфолио фиксации образовательных результатов.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы и приложения. Общий объем работы 190 с., основной текст составляет 156 с., список литературы содержит 220 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность темы исследования; раскрывается состояние изученности проблемы; формулируются цель и задачи, определяются объект и предмет исследования; методологические и общетеоретические основы, научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, приведены сведения об апробации и внедрении результатов исследования, а также положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** «Теоретические основы профильного обучения геометрии» раскрываются психолого-педагогические основы профильного обучения в школе, дидактические и методические аспекты профильного обучения математике, осуществляется анализ существующих методических концепций обучения геометрии в общеобразовательной школе и рассматривается задачный подход в качестве методологической основы школьного курса геометрии.

Переход к личностно-ориентированной парадигме образования, которая ставит ученика в центр образовательного процесса и предоставляет ему большую свободу в проектировании индивидуального образовательного маршрута, вызвало необходимость введения в России профильной системы обучения.

Математика входит в набор обязательных учебных предметов любого из профилей. Вводить профильное обучение необходимо лишь после того, как школьники получат единое базовое математическое образование и утвердятся в своих склонностях. При этом следует проводить занятия предметных курсов по выбору с теми школьниками, которые проявляют интерес и способности к изучению математики.

Содержание обучения математике на углубленном уровне должно обеспечить возможности для организации полноценной математической деятельности учащихся; реализуемость усвоения программных знаний всеми учащимися; выявление математических и общеинтеллектуальных способностей учащихся с целью их ориентации на выбор профессии; максимальные возможности для формирования и развития интереса к изучению математики; интеграцию математики с другими школьными предметами.

Как известно, обучение геометрии в общеобразовательной школе преследует три группы целей: образовательные, развивающие и воспитательные.

Образовательные предусматривают формирование у учащихся представлений об истории становления и развития науки геометрии и ее роли в возникновении различных разделов математики, методах геометрии, ее языке, а также современных направлениях развития геометрии.

Развивающие нацелены на развитие логического мышления, творческих интеллектуальных способностей учащихся, пространственных представлений и пространственного воображения, а также формирование познавательных интересов школьников.

Воспитательные. Изучение геометрии должно внести вклад в формирование научного мировоззрения, нравственное и эстетическое воспитание.

В настоящее время в методике преподавания геометрии существуют несколько концепций, среди которых выделяются: наглядно-конструктивная, генетическая, фузионистская.

Наглядно-конструктивная предполагает постепенный переход от манипулирования с реальными моделями к рисункам и мысленным построениям. Такой подход считается наиболее эффективным в стереометрии, так как перед ее изучением необходима работа для создания определенного запаса пространственных представлений и их корректировка. По мнению И.Ф. Шарыгина, для успешного решения геометрических задач необходимы три слагаемых: умение правильно и быстро производить чертеж к задаче, оперирование методом решения (в основном аналитическим) и некоторый запас опорных задач, который позволяет осуществить переход от теоретического материала к задачному.

Для достижения развивающего эффекта необходимо строить процесс обучения адекватно процессу познания, как «живое», формирующееся знание. Такая концепция получила название *«генетической»* и рассматривается как способ обучения, позволяющий проводить школьников через математическую деятельность, воссоздающую в специально организованных облегчающих условиях процессы возникновения и развития новых знаний.

Фузионистский подход реализует идею слитного преподавания планиметрии и стереометрии. В настоящее время он наиболее интенсивно разрабатывается в работах Г.Д. Глейзера и В.А. Гусева.

Обучение геометрии в профильных физико-математических классах должно быть направлено, главным образом, на овладение математической деятельностью и освоение математической культуры, что предполагает фундаментальную математическую подготовку учащихся и систематическое и целенаправленное изучение ими методов решения специально подобранных задач.

Задачный подход в настоящее время получил широкое распространение в связи с ориентацией образовательного процесса на формирование у школьников «умения учиться» – основы учебной деятельности. В работах Г.А. Балла, В.В. Давыдова, Д.Б. Эльконина учебная деятельность представлена как система учебных задач.

Сущность задачного похода состоит в создании условий для положительной мотивации, обучения приемам, методам и методикам решения учебных задач, раскрытия творческих способностей учащихся.

Вопросы применения учебных задач в процессе обучения рассматривались в трудах психологов и дидактов Г.А. Балла, И.К. Журавлева, А.Н. Леонтьева, И.Я. Лернера, М.И. Махмутова, Н.А. Менчинской, Л.М. Фридмана и др.

В обучении математике задачный подход рассматривался в работах Г.А. Клековкина, Ю.М. Колягина, А.А. Максютина, Г.И. Саранцева, А.И Фетисова, Л.М. Фридмана, И.Ф. Шарыгина, С.И. Шохора-Троцкого, П.М. Эрдниева и других ученых.

Именно задачный подход должен стать основой для обучения математической деятельности учащихся классов физико-математического профиля. При этом необходимо выполнение следующих требований.

1. Задачи должны развивать математическое мышление учащихся в двух направлениях – учить построению алгоритмов и составлению эвристических схем, направляющих поиск решения задач.

2. Задачи должны развивать гибкость мышления, т. е. способность решать задачи несколькими путями и способами, преобразовывать эти задачи.

3. Задачи должны вырабатывать способность выбора и применения математических методов: индуктивного, равносильных преобразований, дедуктивного и др.

4. Содержание задач должно удовлетворять принципам полноты, систематичности и последовательности.

5. Задачи должны усложняться по способам деятельности.

6. Наличие *ключевых (опорных) задач* – задач, в которых рассматриваются факты или способы деятельности, применяемые для решения других задач и имеющие принципиальное значение для усвоения математического содержания.

7. Обеспечение развития всех компонентов математической деятельности: эмпирического, логического и теоретического.

Необходимо формировать у учащихся такой общий подход к решению задач, когда задача рассматривается как объект для анализа, для исследования, а ее решение – как конструирование и изобретение способа решения.

Во **второй главе** «Проектирование методической системы обучения геометрии в классах физико-математического профиля на основе задачного подхода» раскрываются принципы отбора и особенности структурирования содержания обучения, описываются особенности организации образовательного процесса, ход и результаты педагогического эксперимента.

Процесс обучения геометрии в классах физико-математического профиля должен быть ориентирован на овладение учащимися математической деятельностью, для чего необходимо проектирование соответствующей методической системы обучения. Методологической основой разработанной системы стал деятельностный подход, сущность которого заключается в том, что усвоение содержания обучения происходит не путем передачи обучаемому информации, а в процессе его собственной активной учебно-познавательной деятельности, направленной на усвоение теоретических знаний о предмете обучения и способов решения, связанных с ним задач.

В русле концепций деятельностного и задачного подходов и математической деятельности была разработана методическая система обучения геометрии в классах физико-математического профиля (рисунок 1).

Опишем ее основные компоненты. Остановимся на структуре и содержании курса.

1. В содержание программы десятого класса включены разделы стереометрии, которые ранее традиционно относились к курсу одиннадцатого класса (например, двугранные и многогранные углы, элементы теории многогранников).

2. Выбор тем, отнесенных к курсу одиннадцатого класса, также не совсем обычен. В программу включены те вопросы стереометрии, которые требуют более серьезной подготовки в области алгебры и математического анализа.

3. Предложенное разделение стереометрии на две части – 10 и 11 классы – не является столь жестким. В зависимости от интересов и подготовки учащихся преподаватель может решить вернуться к темам, опущенным при изучении первой части курса.

МЕТОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ В КЛАССАХ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ НА ОСНОВЕ ЗАДАЧНОГО ПОДХОДА

Методологическая основа

- компетентностный
- деятельностный
- личностно-ориентированный
- задачный

Структура и содержание курса

- Совместное изучение аффинной и метрической линий стереометрии
- Включение в программу 10 класса разделов «Двугранные и многогранные углы», «Элементы теории многогранников»
- Более тесная интеграция стереометрии с алгеброй и математическим анализом, использование аппарата дифференциального и интегрального исчислений
- Возможность изменения последовательности изучения разделов стереометрии в 10 и 11 классах за счет модульной структуры содержания.
  Структура каждого модуля включает:
  - определенное математическое содержание (определения и теоремы);
  - примеры использования теории при решении задач;
  - задачи для самостоятельного решения;
  - задачи для контроля знаний учащихся.

  В каждом модуле предусмотрены:
  - базовая часть, включающая задачи, которые обязаны решить все учащиеся, и предусматривающая все виды задач;
  - вариативная часть – задачи по выбору учащихся.

Организация образовательного процесса

Задачный подход для организации поисковой и самостоятельной творческой деятельности учащихся реализуется в двух аспектах:

- как технология обучения решению собственно геометрических задач
- как способ проектирования системы задач, ориентированных на целенаправленное овладение школьниками математической деятельностью:
  - Применение известных методов в новых условиях (*аналогия*)
  - *Комбинация методов и приемов*
  - Использование *нестандартных идей и исследовательских задач*

Оценка результатов обучения

- Рейтинговая система оценки разработана для каждого полугодия учебного года
  - Оценка теоретической части (40%) содержит вопросы по курсу и проводится либо в форме коллоквиума, либо экзамена
  - Решение задач (60%) включает задачи на:
    - *аналогию, комбинацию методов и приемов,*
    - использование *нестандартных идей и исследовательских задач*, для оценки решения которых используются весовые коэффициенты.

    Каждый школьник самостоятельно осуществляет подбор задач, которые он предпочитает решить
- Портфолио для фиксации результатов обучения, в котором отражаются продукты и результаты деятельности учащихся

Рисунок 1 – Методическая система обучения геометрии в классах физико-математического профиля

В таблице 1 приведены разделы курса по классам.

Таблица 1 – Разделы курса стереометрии по классам

Глава	Тема	Основное содержание
10-й класс		
0	Вводная	Игра в геометрию. Элементы логики и теории множеств. Основные обозначения
1	Введение в стереометрию	Неопределяемые понятия и аксиомы стереометрии. Простейшие следствия из аксиом. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Скрещивающиеся прямые. О существовании объектов и построениях в стереометрии. Задачи
2	Параллельность в пространстве	Прямая и плоскость. Признаки параллельности. Параллельность плоскостей. Транзитивность параллельности плоскостей. Параллельное и центральное проектирование. Изображение фигур в стереометрии. Сечение многогранника. Построение сечений методом следов. Применение проектирования при построении сечений многогранников. Решение задач на сечение многогранников. Задачи
3	Векторы в пространстве	Определение вектора. Линейные операции над векторами. Компланарность векторов. Разложение вектора по базису. Угол между прямыми. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Примеры решения задач. Задачи
4	Перпендикулярность в пространстве	Перпендикулярность прямой и плоскости. Связь между параллельностью и перпендикулярностью. Теорема о трех перпендикулярах. Дальнейшие сведения о многогранниках. Угол между прямой и плоскостью. Расстояние между фигурами. Применение теорем о перпендикулярности к решению задач. Нахождение расстояний и углов с помощью векторов. Геометрический подход к нахождению расстояний и углов. Задачи
5	Двугранные и многогранные углы	Двугранный угол и его измерение. Биссектор. Угол между двумя плоскостями. Признак перпендикулярности. Площадь ортогональной проекции многоугольника. Многогранные углы. Трехгранный угол и его свойства. Расчет трехгранных углов. Теорема о трех синусах. Задачи
6	Элементы теории многогранников	Пространственная область. Геометрическое тело. Многогранники и их элементы. Правильные многогранники. Теорема Эйлера. Задачи
7	Геометрические места точек пространства	Основные геометрические места точек пространства. Геометрические места точек, сводящиеся к основным. Метод пересечения и объединения. Различные геометрические места точек. Задачи
8	Преобразования пространства	Основные определения. Перемещения. Общие свойства перемещений. Параллельный перенос. Поворот вокруг оси. Центральная симметрия и симметрия относительно плоскости. Преобразование подобия в пространстве. Признаки равенства и подобия треугольников в пространстве. Группы преобразований. Классификация перемещений и преобразований подобия в пространстве. Задачи
9	Решение задач	Зависимость между основными углами в правильной пирамиде. Определение положения высоты пирамиды или призмы. Метод вспомогательного объема. Вспомогательный многогранник. Задачи на комбинации многогранников. Задачи

Продолжение таблицы 1

Глава	Тема	Основное содержание
		11-й класс
10	Тела вращения	Предварительные замечания. Цилиндр. Конус. Усеченный конус. Сфера и шар. Части шара и сферы. Комбинации шара с цилиндром, конусом и усеченным конусом. Взаимное расположение двух сфер. Задачи о касающихся сферах. Комбинации цилиндра, конуса и усеченного конуса с многогранниками. Теоремы о касательных и секущих для сферы. Комбинации шара с многогранниками. Нестандартные комбинации тел вращения с многогранниками. Конические сечения. Задачи
11	Векторы в пространстве (продолжение)	Векторное и смешанное произведения векторов. Геометрические приложения векторного и смешанного произведения векторов. Уравнение прямой в пространстве. Уравнение плоскости. Некоторые примеры. Декартова система координат. Уравнение сферы. Примеры решения задач методом координат. Задачи
12	Задачи на максимум и минимум	Предварительные замечания. Примеры решения задач. Геометрические неравенства. Задачи
13	Объем и площадь поверхности тела	Определение объема. Объем прямоугольного параллелепипеда. Объем призмы. Методы вычисления объема. Объем цилиндра. Объем тетраэдра. Объем пирамиды и конуса. Объем шара и его частей. Об определении площади поверхности. Площадь поверхности по Минковскому. Задачи

Также в курс входит раздел «Геометрия на плоскости».

Избранные теоремы и методы планиметрии. Свойство биссектрисы внутреннего (внешнего) угла треугольника. Решение треугольников. Некоторые формулы для вычисления площади треугольника. Теорема о вписанном угле и следствия из нее. Вписанные и описанные четырехугольники. Пропорциональные отрезки в круге. Основные геометрические места точек плоскости. Теоремы Чевы и Менелая. Эллипс, гипербола и парабола как геометрические места точек. Задачи.

В контексте вышеизложенных подходов к определению структуры и содержания математической деятельности процесс обучения стереометрии должен носить преимущественно поисковый характер, а программный материал способствовать созданию базы для самостоятельной творческой деятельности. Поэтому наиболее продуктивным мы считаем сочетание изложения теории с упражнениями, самостоятельное решение которых позволит лучше усвоить соответствующие теоремы.

В предлагаемом курсе стереометрии предусмотрено систематическое обсуждение важных идей и методов решения задач. В каждом разделе курса содержатся многочисленные примеры, снабженные подробными решениями. Кроме того, в виде задач представлен ряд «второстепенных» тем курса, которые можно сделать темой отдельного занятия или предоставить школьникам для самостоятельного изучения.

Основой технологии обучения является задачный подход. Сущность технологии заданного подхода в том, что она позволяет строить образовательный процесс как систему проблемных ситуаций, пробуждая у личности познавательный интерес, пытливость, потребность в познании, совершенствуя мыслительную деятельность обучающихся.

В нашем исследовании задачный подход реализуется в двух аспектах: как технология обучения решению собственно геометрических задач и как способ проектирования системы задач, ориентированных на целенаправленное овладение школьниками математической деятельностью.

Принимая во внимание, что обучение математике в классах физико-математического профиля должно готовить учащихся к профессиональной математической деятельности, была разработана соответствующая система задач. Она включает в себя следующие виды: применение уже известных методов, но в новых условиях (*аналогия*), использование *комбинации методов и приемов*, в частности, знания из планиметрии, алгебраические методы и т. д., *нестандартные идеи и исследовательские задачи*.

В таблице 2 приведены примеры таких задач.

Таблица 2 – Примеры задач

Виды задач	Примеры задач
Задачи на аналогию	На плоскости даны три луча с общим началом, и внутри каждого из трех углов, образованных этими лучами, отмечено по точке. Постройте треугольник так, чтобы его вершины лежали на данных лучах, а стороны (или их продолжения) проходили через отмеченные точки (по одной через каждую из точек)
Задачи на комбинацию методов и приемов	Докажите, что площадь ортогональной проекции куба с ребром 1 на плоскость численно равна длине его проекции на прямую, перпендикулярную этой плоскости. Идея: комбинация методов планиметрии и стереометрии. Указание: пусть $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – данный куб; убедитесь, что площадь его проекции на данную плоскость равна удвоенной площади проекции треугольника ACD_1, а длина его проекции на указанную прямую равна длине проекции диагонали B_1D на эту прямую.
Задачи на нестандартные примеры и конструкции	Можно ли из деревянного куба с единичным ребром вырезать: а) два; б) три правильных тетраэдра с единичным ребром?
Задачи на применение нестандартной идеи	Пусть на диагоналях AB_1 и BC_1 граней куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ расположены точки M и N соответственно так, что отрезок MN параллелен грани $ABCD$. Найдите отношения, в которых точки M и N делят отрезки AB_1 и BC_1, если$MN = \frac{\sqrt{5}}{3}AB$ $MN = \frac{\sqrt{5}}{3}AB$
Исследовательские задачи	Все ребра многогранника с шестью вершинами имеют одинаковую длину a, а расстояние между любыми двумя несмежными вершинами равно $a\sqrt{2}$ Верно ли, что это правильный октаэдр? Если нет, то найдите все многогранники, удовлетворяющие перечисленным условиям

Современный ФГОС призван обеспечить личностно-ориентированный характер образовательного процесса, в котором учитываются индивидуальные особенности и личностные качества обучающихся.

В ходе исследования автором была разработана модульная организация процесса обучения стереометрии учащихся профильных классов с углубленным изучением математики. Структура каждого модуля включает в себя определенное математическое содержание (определения и теоремы), примеры использования теории при решении задач, задачи для самостоятельного решения, задания для контроля знаний учащихся.

Таблица 3 – Примеры упражнений и задач модуля «Перпендикулярность в пространстве» (номера задач и упражнений даны по учебнику)

Задачи на аналогию	Задачи на использование комбинации методов и приемов	Задачи на применение нестандартных идей и конструкций	Исследовательские задачи
Упражнение 4.1 Докажите, что: а) если две прямые перпендикулярны плоскости, то они параллельны; б) если прямая перпендикулярна одной из двух параллельных плоскостей, то она перпендикулярна и другой плоскости.	Задача 4.15 Рассматриваются сечения куба плоскостями, перпендикулярными одной из его диагоналей. Определите наибольшую возможную площадь сечения, если ребро куба равно 1. Задача 4.5 Объём тетраэдра $ABCD$ равен V. Точки K, M, P и T таковы, что $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{DT} = \overrightarrow{CD}$. Найдите объём тетраэдра $KMPT$.	Задача 4.26 Длина стороны основания $ABCD$ правильной пирамиды $SABCD$ равна a, длина бокового ребра – $2a$. Рассматриваются отрезки с концами на диагонали BD основания и боковом ребре SC, параллельные плоскости SAD. Найдите наименьшую длину рассматриваемых отрезков.	Задача 4.23. Всегда ли существует прямая, проходящая через данную точку и образующая с данными двумя плоскостями равные углы? Задача 4.13. Какие тетраэдры имеют три непараллельных прямоугольных сечения?
Упражнение 4.6 Докажите, что: 1) расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью равно расстоянию от произвольной точки прямой до данной плоскости; 2) расстояние между двумя параллельными плоскостями равно длине отрезка перпендикулярной к ним прямой, концы которого принадлежат этим плоскостям.	Задача 4.21. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ боковая грань – равносторонний треугольник со стороной 2. Точка Q – центр грани SCD. а) Найдите угол и расстояние между прямыми BC и AQ. б) Найдите расстояние от основания общего перпендикуляра к этим прямым, лежащего на прямой AQ, до плоскости ABC.	Задача 4.10. Рёбра AA_1, BB_1 и CC_1 многогранника $ABCA_1B_1C_1$ лежат на параллельных прямых l_1, l_2 и l_3 соответственно. Его треугольные грани ABC и $A_1B_1C_1$ лежат, вообще говоря, в непараллельных плоскостях. Докажите, что для объёма V многогранника справедлива формула $V = \frac{1}{3}(AA_1 + BB_1 + CC_1)S$, где S – площадь треугольника, вершинами которого являются точки пересечения прямых l_1, l_2 и l_3 с плоскостью, им перпендикулярной.	Задача 13.13. Объём треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равен V. Рассмотрим всевозможные треугольники, лежащие в плоскостях, параллельных основаниям призмы, с вершинами на диагоналях AB_1, BC_1 и CA_1 боковых граней призмы. Найдите объём тела, образованного этими треугольниками.

Продолжение таблицы 3

Задачи на аналогию	Задачи на использование комбинации методов и приемов	Задачи на применение нестандартных идей и конструкций	Исследовательские задачи
Задача 4.4. Точки A_1, B_1 и C_1 лежат соответственно на рёбрах SA, SB и SC тетраэдра $SABC$, причём $SA_1 = \alpha SA$, $SB_1 = \beta SB$ и $SC_1 = \gamma SC$. Докажите, что отношение объёмов тетраэдров $SA_1B_1C_1$ и $SABC$ равно $\alpha\beta\gamma$. Верна ли аналогичная формула для четырёхугольных пирамид?	Задача 4.12. Докажите, что тетраэдр является ортоцентрическим тогда и только тогда, когда: а) отрезки, соединяющие середины противоположных рёбер, равны; б) суммы квадратов длин противоположных рёбер равны.	Задача 4.9. В двух параллельных плоскостях взяты два многоугольника. Их вершины соединены отрезками так, что у полученного многогранника каждая боковая грань – трапеция, треугольник или параллелограмм. Докажите, что справедлива формула $V = \frac{h}{6}(S_1 + S_2 + S_3)$, где V – объём многогранника, h – его высота, S_1 и S_2 – площади оснований, а S_3 – площадь сечения плоскостью, параллельной плоскостям оснований и равноудалённой от них (формула Симпсона).	Задача 4.27. а) Верно ли, что угол между двумя наклонными меньше угла между их ортогональными проекциями на плоскость? б) Из точки A, расположенной вне плоскости, проведены перпендикуляр AO и наклонные AB и AC к этой плоскости. Известно, что $BO = 1$, $CO = 2\sqrt{2}$ и $\angle BOC = 45°$. Найдите наибольшее возможное значение угла BAC.

Организация образовательного процесса строится на основе следующих принципов: учет индивидуальных особенностей, вариативность содержания, соревновательность, эвристический подход.

Уроки геометрии целесообразно ставить парами, учитывая трудоемкость решения задач по стереометрии. Каждое такое занятие состоит из трех этапов. На первом разбираются наиболее интересные идейно или важные для дальнейшей деятельности задачи из домашнего задания. Учитель предварительно просматривает записанные дома решения и выбирает одного или нескольких учеников для рассказа у доски (нескольких – если решения разные). После этого класс обсуждает решение, и задаются вопросы.

Второй этап может быть двух видов. Это либо урок-лекция, когда излагается теоретический материал с характерными примерами решения задач (но даже при этом делается все, чтобы подвести учеников к самостоятельному доказательству теоремы), либо урок-семинар, посвященный решению задач. Уроки-семинары тоже бывают разными. Это и самостоятельная работа, когда уже имеется более или менее уверенное владение материалом и методами, и просто решение задач «на скорость», когда трое первых учащихся, правильно выполнивших задания, получают отличные оценки. Учитель при этом помогает, подсказывает тем, кто затрудняется, иногда вместе с учеником составляет план решения, но законченное решение всегда должен представить сам ученик.

Система диагностики качества обучения включает в себя следующие формы: математический диктант, самостоятельная работа по индивидуальным карточкам, контрольная работа, зачет и экзамен.

В развитии математической деятельности большую роль играют олимпиады, они также обеспечивают возможности выявления и самореализации математически одаренных учащихся. Обучение решению олимпиадных задач в рамках разработанного курса осуществляется во внеурочной деятельности в форме математического кружка. На занятиях математического кружка учащиеся изучают дополнительный теоретический материал и решают задачи, которые предлагались на различных олимпиадах школьников по математике.

Для проведения занятий математического кружка в рамках нашего исследования было разработано содержание обучения, основные темы которого перечислены ниже.

1. Ортоцентрический тетраэдр и его свойства.
2. Элементы теории многогранников. Теорема Эйлера. Теоремы Коши и Александрова. Пример Штеффена непрерывно изгибаемого многогранника (флексора) и теорема Сабитова (о кузнечных мехах).
3. Нестандартные комбинации шара и многогранника.
4. Конические сечения.
5. Геометрические неравенства и задачи на максимум и минимум в комбинаторной стереометрии.
6. Площадь поверхности по Минковскому, неравенство Брунна-Минковского.
7. Изодинамический и изогональный тетраэдры.

Задачи, предлагающиеся на олимпиадах, обладают рядом особенностей. Олимпиадная задача в классическом ее понимании – это задача, решение которой основано на одной нестандартной идее. В настоящее время с развитием олимпиадного движения в содержание олимпиады включаются как классические «одноходовые» задачи, так и задачи, требующие последовательного применения нескольких идей, а иногда и оригинальной техники. Принципы, которые используются при составлении олимпиадных задач, следующие. В первую очередь, это упомянутая выше нестандартная ситуация: задача должна быть новой, то есть не встречавшейся ранее на других соревнованиях; она должна иметь оригинальное решение, которое, тем не менее, можно придумать за ограниченное время (поэтому на олимпиадах почти не встречаются исследовательские задачи – они, как правило, требуют более длительных размышлений). Задачи по геометрии нельзя назвать олимпиадными в классическом понимании этого термина, так как они, в основном, являются многоходовыми.

Для оценки результатов обучения используется рейтинговая система и портфолио, где отражаются продукты и результаты деятельности учащихся.

Рейтинговая система разработана для каждого полугодия учебного года и включает в себя оценку теоретической части (до 40%) и решение задач (60%). Теоретическая часть содержит вопросы по курсу и проводится либо в форме коллоквиума и зачета, либо экзамена. Задачная часть состоит из перечисленных выше видов задач, для оценки решения которых используются коэффициенты:

1) задачи на аналогию – 1;

2) задачи на комбинацию методов и приемов – 1,2;

3) задачи на применение нестандартных идей и конструкций – 1,5;

4) исследовательские задачи – 1,5.

В каждом модуле предусмотрена базовая и вариативная части. В базовую часть включаются задачи, которые обязаны решить все учащиеся, а в вариативную – задачи по выбору. При этом в базовую часть должны входить все предусмотренные виды задач. Для выполнения базовой части учащийся должен набрать не менее 51 балла (при возможных 100 за каждый модуль), при этом он не может получить отметку выше «тройки».

Таким образом, каждый школьник самостоятельно осуществляет подбор задач, которые он предпочитает решить.

Шкала перевода рейтинговой оценки в отметки выглядит следующим образом: менее 51 балла – «2»; от 51 до 74 (освоение теоретической и практической составляющих не менее 50%) – отметка «3»; от 75 до 89 (освоение теоретической и практической составляющих не менее 70%) – отметка «4»; от 90 до 100(освоение теоретической и практической составляющих не менее 85%) – отметка «5».

Для фиксации результатов используется портфолио. Он включает две части: результаты обучения и продукты деятельности.

Для проверки выдвинутой гипотезы был проведен педагогический эксперимент в 2000 – 2012 гг. на базе школ Московской области (Физико-математический лицей №5 г. Долгопрудный), Санкт-Петербурга (Президентский физико-математический лицей №239) и Саратова (Физико-технический лицей № 1), в котором приняли участие более 400 учащихся. В связи с тем, что в каждом из упомянутых учебных заведений одна пара учителей работает с классами в течение двух лет, а потом набирает новые классы (не всегда десятый, а чаще всего восьмой или седьмой), эксперимент проводился в 2000-2001 (10 класс), 2001 – 2002 (11 класс), 2004 – 2005 (10 класс), 2005 – 2006 (11 класс), 2010 – 2011 (10 класс), 2011 – 2012 (11 класс) учебные годы.

Для оценки эффективности разработанной методической системы обучения стереометрии на основе задачного подхода были сформированы контрольная и экспериментальная выборки учащихся. Контрольная выборка (суммарно за все годы) состояла из 234 человек, экспериментальная – из 237. На констатирующем этапе эксперимента была проведена оценка уровня геометрической подготовки школьников на основе результатов итоговой контрольной работы за 9 класс (Таблица 4, рисунок 2).

Таблица 4 – Результаты итоговой работы по геометрии за 9 класс

Выборка	Оценки			
	«5»	«4»	«3»	«2»
Контрольная	16% (37)	45% (105)	32% (74)	8% (18)
Экспериментальная	19% (45)	39% (92)	38% (90)	4% (10)

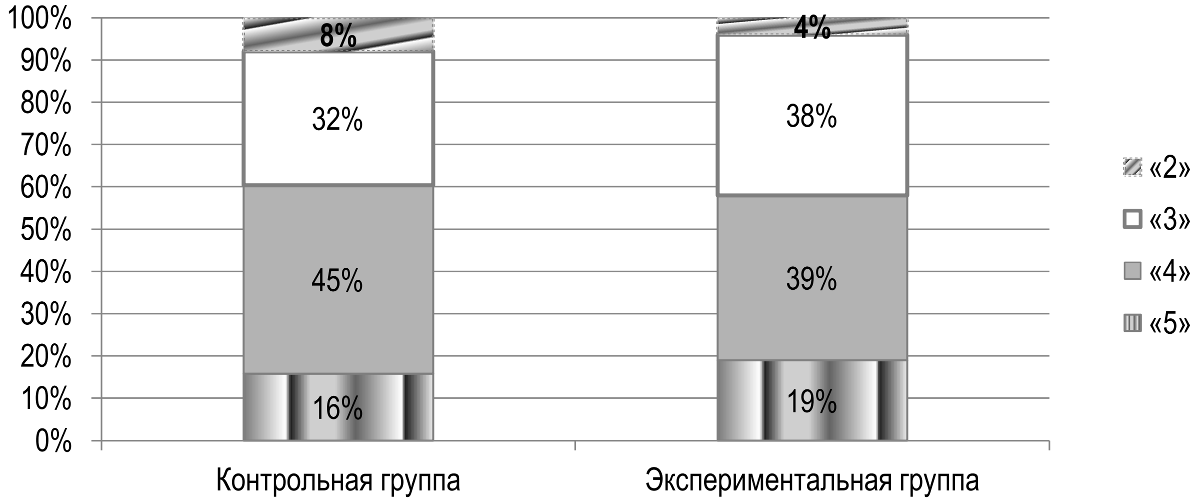

Рисунок 2 – Результаты итоговой работы по геометрии за 9 класс

Для выяснения совпадения характеристик контрольной и экспериментальной групп была принята нулевая гипотеза и применен критерий Пирсона χ^2 Вычисленное значение $\chi^2_{эмп.}$=5,47 меньше, чем критическое значение $\chi^2_{0,05}$=9,49. Это позволяет сделать вывод о том, что характеристики сравниваемых выборок совпадают с уровнем значимости 0,05. Тем самым нулевая гипотеза подтвердилась.

На констатирующем этапе эксперимента была также проведена оценка уровня сформированности мотивации к изучению математики на основе методики Т.Д. Дубовицкой. Результаты диагностики приведены на рисунках 3, 4.

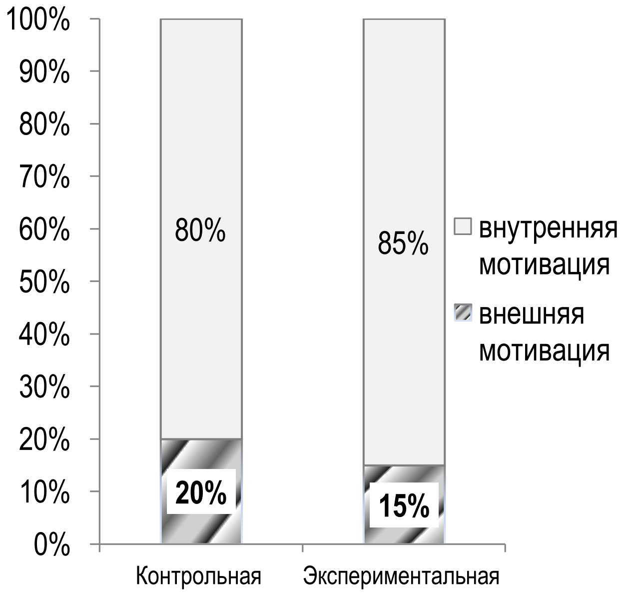

Рисунок 3 – Оценка сформированности мотивации к изучению математики (на основе методики Т. Д. Дубовицкой). Констатирующий этап эксперимента

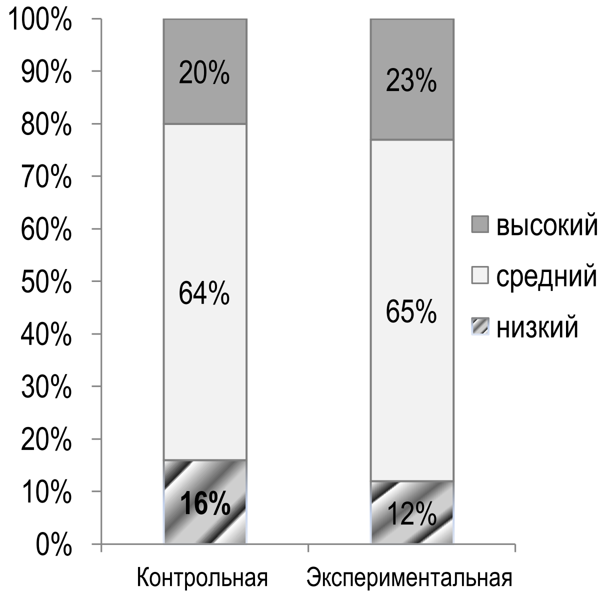

Рисунок 4 – Уровень внутренней мотивации (на основе методики Т. Д. Дубовицкой). Констатирующий этап эксперимента

В процессе изучения каждой темы отслеживались результаты решения основных типов задач:

- на аналогию; на использование комбинации методов и приемов;

- на применение нестандартных идей и конструкций; исследовательские задачи.

Каждый год также проводился сравнительный анализ выполнения итоговых контрольных работ (Рисунки 5, 6).

Таблица 5 – Результаты итоговой работы по геометрии за 10 класс (в % от общего количества учащихся и в абсолютных величинах)

Выборка	Оценки			
	«5»	«4»	«3»	«2»
Контрольная	20% (47)	48% (112)	32% (75)	0% (0)
Экспериментальная	27% (64)	55% (130)	18% (43)	0% (0)

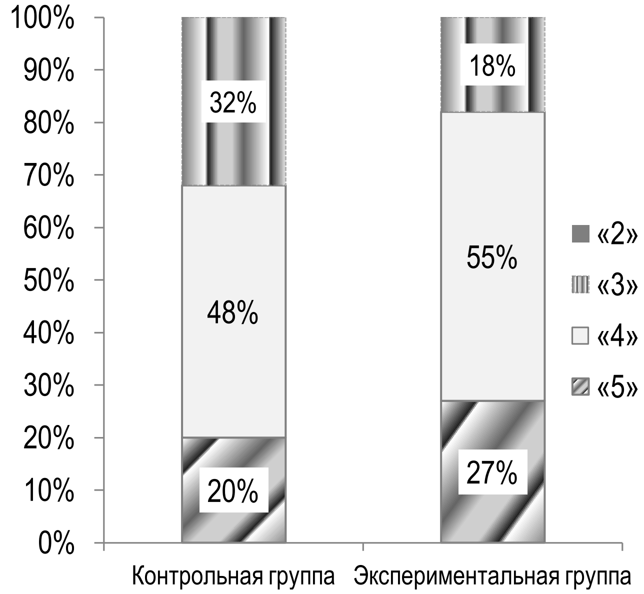

Рисунок 5 – Результаты итоговой работы по геометрии за 10 класс

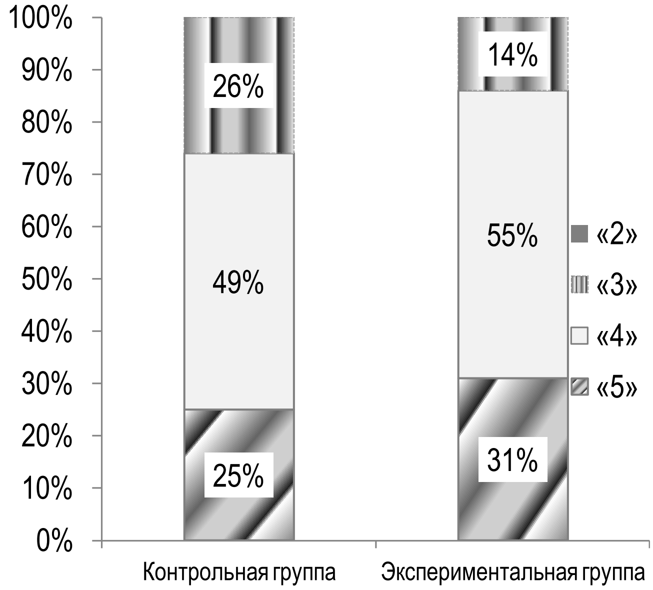

Рисунок 6 – Результаты итоговой работы по геометрии за 11 класс

Для статистической обработки результатов снова применим критерий Пирсона. Вычисленное значение $\chi^2_{\text{эмп.}}$=12,60, что превышает уровень значимости 0,05 и позволяет сделать вывод о достоверности различия результатов экспериментальной и контрольной групп, которая составляет 95%.

Таблица 6 – Результаты итоговой работы по геометрии за 11 класс (в % от общего количества учащихся и в абсолютных величинах)

Выборка	Оценки			
	«5»	«4»	«3»	«2»
Контрольная	25% (59)	49% (115)	26% (60)	0% (0)
Экспериментальная	31% (73)	55% (130)	14% (34)	0% (0)

Опять применяя критерий Пирсона ($\chi^2_{\text{эмп.}}$=9,58, превышающий уровень значимости 0,05), делаем вывод о 95-процентной достоверности различия результатов, показанных экспериментальной и контрольной группами.

В конце 11 класса была также проведена диагностика мотивации (Рисунки 7, 8, 9, 10).

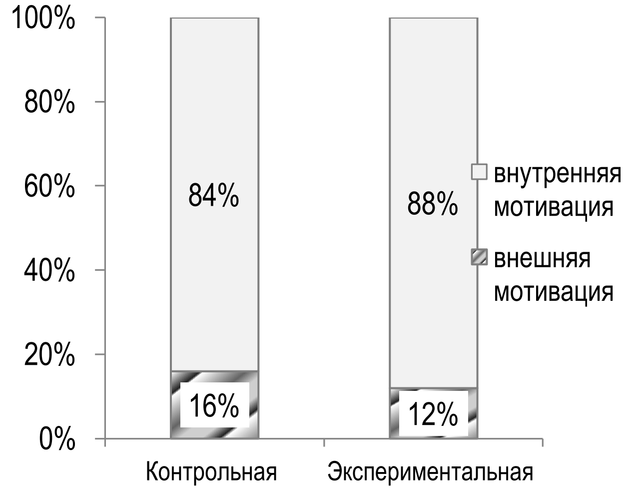

Рисунок 7 – Оценка сформированности мотивации к изучению математики (на основе методики Т. Д. Дубовицкой). Формирующий этап эксперимента

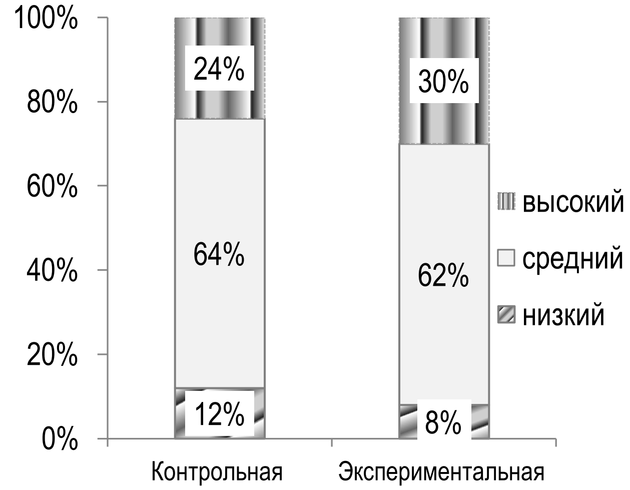

Рисунок 8 – Уровень внутренней мотивации (на основе методики Т. Д. Дубовицкой). Формирующий этап эксперимента

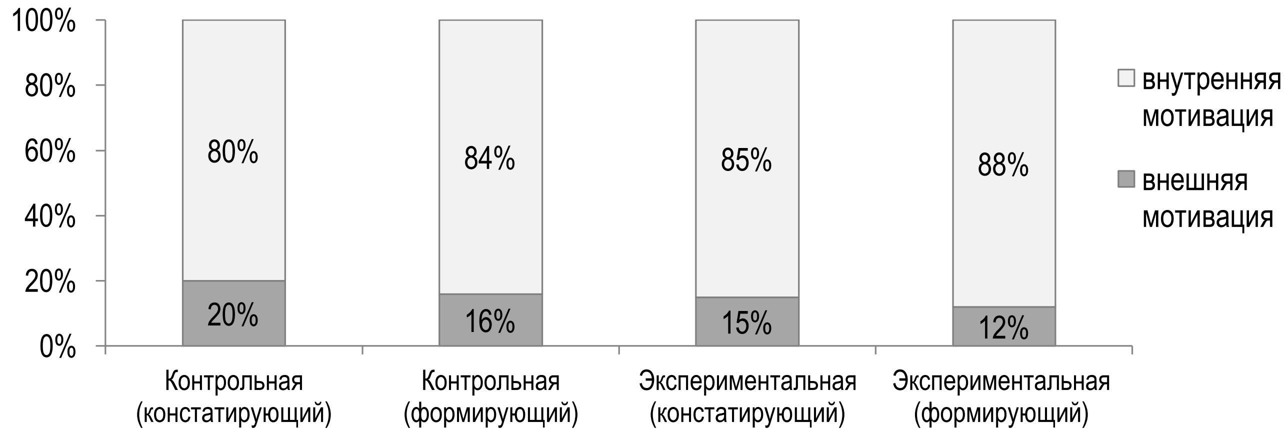

Рисунок 9 – Оценка сформированности мотивации к изучению математики (на основе методики Т. Д. Дубовицкой). Сравнительные результаты констатирующего и формирующего этапов эксперимента

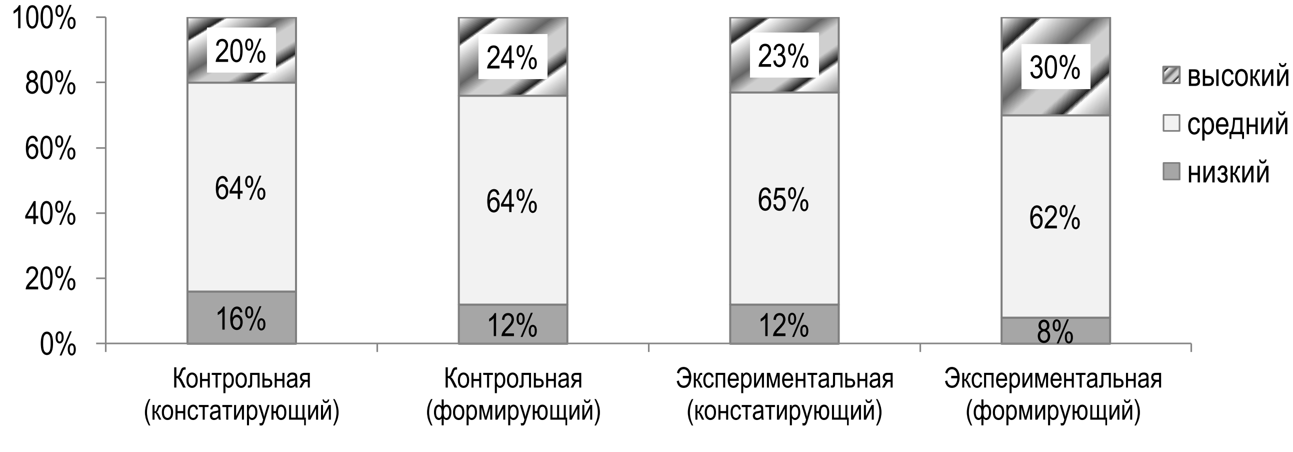

Рисунок 10 – Уровень внутренней мотивации (на основе методики Т. Д. Дубовицкой). Сравнительные результаты констатирующего и формирующего этапов эксперимента

Качественный и статистический анализ результатов показывает, что учащиеся экспериментальной выборки показали более высокие результаты по сравнению с учащимися контрольной выборки.

В **заключении** диссертации сформулированы основные результаты работы, сделаны выводы о решении поставленных задач, а именно:

1. На основе анализа литературы сделан вывод о том, что профильное обучение имеет целью создание условий для дифференциации содержания обучения старшеклассников, построения индивидуальных образовательных программ, расширения возможности самореализации и самоопределения учащихся и более эффективной подготовки выпускников школы к освоению программ высшего образования. Для эффективной организации профильного обучения необходимо выполнения комплекса условий: сокращение содержания образования по непрофильным общеобразовательным предметам; усиление деятельностной направленности образования; сочетание теоретических знаний и практического опыта их применения; обеспечение психолого-педагогического сопровождения школьников; интеграция учреждений общего образования с учреждениями профессионального и дополнительного образования; усиление доли самостоятельной учебной деятельности школьников; использование активных методов обучения.

2. В классах физико-математического профиля обеспечиваются возможности для организации полноценной математической деятельности учащихся и освоение математической культуры, что предполагает фундаментальную математическую подготовку и систематическое и целенаправленное изучение методов решения специально подобранных задач.

Процесс обучения стереометрии ориентируется на поэтапное овладение математической деятельностью, которое осуществляется в ходе целенаправленной управляемой самостоятельной работы учащихся. Ее организация базируется на совокупности принципов: учета индивидуальных особенностей, активизации познавательной самостоятельности, создание содержательной основы для развития у школьников способности к обнаружению новых связей и формирования общих приемов, которые могут быть использованы для решения новых задач.

3. Построена методическая система обучения стереометрии в классах физико-математического профиля, ориентированная на овладение учащимися математической деятельностью, особенностями которой являются:

- модульная структура содержания обучения обеспечивает возможности формирования у учащихся эмпирического и теоретического обобщения и включает в себя определенное математическое содержание (определения и теоремы), примеры использования теории при решении задач, задачи для самостоятельного решения, задания для контроля знаний учащихся;

- деятельностный характер обучения, основанный на использовании системы задач, включающих применение уже известных методов в новых условиях (аналогия), комбинацию методов и приемов, использование нестандартных идей и исследовательский подход.

Выявлены основные требования к задачам, а именно:

- направленность на развитие математического мышления учащихся – построению алгоритмов и составлению эвристических схем;

- выработка способности отбора и применения математических методов (индуктивного, равносильных преобразований, дедуктивного и др.);

- содержание задач должно удовлетворять принципам полноты, систематичности и последовательности;

- задачи должны усложняться по способам деятельности;

- наличие ключевых задач, в которых рассматриваются факты или способы деятельности, применяемые для решения других задач и имеющие принципиальное значение для усвоения математического содержания;

- обеспечение развития всех компонентов математической деятельности: эмпирического, логического и теоретического.

4. На основе разработанной методической системы создан и опубликован учебник «Геометрия. 10-11 классы», рекомендованный в 2011 году Министерством образования и науки Российской Федерации для изучения геометрии на профильном уровне.

5. Экспериментально проверена эффективность предложенной методической системы, подтверждена гипотеза исследования.

6. Система стимулирования учащихся к овладению математической деятельностью базируется на учете их индивидуальных особенностей и организации активного самостоятельного творческого поиска посредством обеспечения вариативности содержания обучения. Диагностика индивидуального развития математического мышления и овладения математической деятельностью осуществляется с использованием рейтинговой системы оценки и портфолио фиксации образовательных результатов обучающихся.

Основные результаты и выводы исследования отражены в следующих публикациях:

<u>**Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки России**</u>

1. **Терешин, Д.А. Профильное обучение стереометрии как основа подготовки учащихся старших классов к профессиональной математической деятельности [Текст] / Д.А. Терешин // Труды МФТИ. – 2012. –Т. 4. – № 4 (16).– С. 177 – 182. – 0,69 п.л.**

2. **Терешин, Д.А. Развитие математического мышления учащихся в процессе обучения курсу стереометрии в классах физико-математического профиля [Текст] / Д.А. Терешин // Вестник Томского государственного педагогического университета (Tomsk State Pedagogical University Bulletin). – 2013. – Вып. 4 (132). – С. 51 – 55. – 0,58 п.л.**

3. **Терешин, Д.А. Особенности организации обучения стереометрии в классах физико-математического профиля [Текст] / Д.А. Терешин // Вестник Томского государственного педагогического университета (Tomsk State Pedagogical University Bulletin). – 2013. – Вып. 8 (136). – С. 195 – 197. – 0,35 п.л.**

Учебники, учебные пособия

4. Терешин, Д.А. Стереометрия-10 [Текст] / А.Ю. Калинин, Д.А. Терешин. – М.: Изд. МФТИ. 1996. – 256 с. – 16 п.л. (личный вклад 66%).

5. Терешин, Д.А. Стереометрия-11 [Текст] / А.Ю. Калинин, Д.А. Терешин – Изд. МФТИ. 2001. – 320 с. – 20 п.л. (личный вклад 90%).

6. Терешин, Д.А. Стереометрия-11 [Текст] / А.Ю. Калинин, Д.А. Терешин – М.: Изд. «Физматкнига». 2005. – 332 с. – 21 п.л. (личный вклад 90%).

7. Терешин, Д.А. Стереометрия-10 [Текст] / А.Ю. Калинин, Д.А. Терешин. – М.: Изд. «Физматкнига». 2007. – 260 с. – 16 п.л. (личный вклад 66%).

8. Терешин, Д. А. Геометрия. 10 – 11 классы [Текст] / А.Ю. Калинин, Д.А. Терешин. – М.: Изд. МЦНМО. 2011. – 640 с. – 40 п.л. (личный вклад 88%).

9. Терешин, Д.А. Сборник задач по геометрии. 10 – 11 классы [Текст] / А.Ю. Калинин, Д.А. Терешин. – М.: Изд. МЦНМО. 2011. – 10 п.л. (личный вклад 90%).

Статьи, материалы конференций и тезисы докладов

10. Терешин, Д.А. Задачи по геометрии на муниципальном этапе Всероссийской олимпиады школьников по математике [Текст] / Н.Х. Агаханов, О.К. Подлипский, Д.А. Терешин // Математика в школе. – 2010. – № 3. – С. 68 – 74. – 0,81 п.л. (личный вклад 60%).

11. Терешин, Д.А. Новый учебник по геометрии для учащихся старших классов школ физико-математического профиля [Текст] / Д.А. Терешин // Математика. – 2009. – № 11. – С. 34 – 38. – 0,58 п.л.

12. Терешин, Д.А. Обучение стереометрии в классах физико-математического профиля на основе генетического подхода [Текст] / Д.А. Терешин // Труды 55-й научной конференции МФТИ. Гуманитарные науки – М.: МФТИ. – 2012. – С. 33 – 34. – 0,17 п.л.

13. Терешин, Д.А. Особенности обучения школьников математике в классах физико-математического профиля [Текст] / Д.А. Терешин // Труды 55-й научной конференции МФТИ. Гуманитарные науки – М.: МФТИ. – 2012. – С. 34 – 35. – 0,17 п.л.

14. Терешин, Д.А. Олимпиадные задачи по стереометрии как средство развития математической деятельности у учащихся старших классов [Текст] / Д.А. Терешин // Труды 56-й научной конференции МФТИ. Гуманитарные науки – М.: МФТИ. – 2013. – С. 35 – 36. – 0,17 п.л.

15. Терешин, Д.А. Задачный подход как основа курса геометрии в классах физико-математического профиля [Текст] / Д.А. Терешин // Труды 56-й научной конференции МФТИ. Гуманитарные науки – М.: МФТИ. – 2013. – С. 36 – 38. – 0,29 п.л.

В заключение автор выражает свою искреннюю благодарность профессору М.И. Шабунину, который был инициатором проделанной работы, за сделанные им полезные замечания и регулярные плодотворные дискуссии о преподавании геометрии.