512 (077)

Б-795

На правах рукописи

БОЛОТЮК Владимир Анатольевич

**ФОРМИРОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИХ
ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У УЧАЩИХСЯ
В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ**

13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания
(математика, уровень общего среднего образования)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

Беленкин

Омск 2002

Работа выполнена на кафедре теории и методики обучения математике
Омского государственного педагогического университета

Научный руководитель:

доктор педагогических наук,
профессор В.А. Далингер

ОКК
Официальные оппоненты:

доктор педагогических наук,
профессор О.Б. Елишева;

кандидат педагогических наук,
доцент Л.М. Нурева

04-09036
Ведущая организация:

Уральский государственный
педагогический университет

Защита диссертации состоится 19 декабря 2002 г. в 9.30 часов на заседании диссертационного совета Д. 212.177.01 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора педагогических наук в Омском государственном педагогическом университете по адресу: 644099, г. Омск, наб. Тухачевского, 14.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Омского государственного педагогического университета.

Автореферат разослан " " ноября 2002 г.

Ученый секрет
диссертации

—
М.И. Рагулина

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

На ушедший XX век пришлось бурное развитие и внедрение теории вероятностей, математической статистики и их приложений в различные области научной и практической деятельности человека, которое продолжается и в настоящее время. Было установлено, что вероятностные представления, понятия, методы и идеи, с точки зрения современной науки, являются наиболее адекватными средствами познания и моделирования природных и социальных явлений, процессов, объектов и их характеристик. Как следствие, важной задачей образования становится передача этих знаний подрастающему поколению.

В средних школах Англии, Венгрии, Польши, Франции, США, Южной Кореи, Китая вероятностно-статистический материал представлен достаточно широко (доля этого содержания в программах составляет 15–20 %) и является обязательным для всех учащихся. В России этот материал традиционно изучался в школах и классах с углубленным изучением математики, на кружковых и факультативных занятиях и лишь недавно введен в курс математики основной школы в виде сквозной вероятностно-статистической линии.

Проблеме обучения вероятностно-статистическому содержанию в средней школе посвящены исследования Л.О. Бычковой, Н.Н. Авдеевой, Л.М. Кабековой, Б.Е. Вейц, С.И. Воробьевой, В.Г. Потапова, С.В. Суриковой, З.П. Самигуллиной, И.Г. Журбенко, А.Я. Дограшвили, К.Н. Курындиной, В.Д. Селотина, А. Плоцки, В.В. Фирсова, В.А. Далингера, В.А. Топчего, А.Б. Стукена, Д.В. Маневича и др., в которых рассматриваются: формирование статистических представлений и мышления, факультативные занятия как форма обучения вероятностно-статистическому содержанию, формирование умений и навыков решения задач, обоснование необходимости введения содержательной линии.

подавляющее большинство исследований указанной проблемы решается в рамках сложившейся методики обучения комбинаторному и вероятностно-статистическому содержанию, так как для достижения целей обучения используются задачи, решение которых основано на классическом подходе к определению вероятности и встраивание соответствующего материала в курс в виде локального модуля. В связи с этим необходимо отметить работы В.В. Фирсова, А. Плоцки, Д.В. Маневича, в которых обосновывается положение о невозможности формирования статистических представлений и мышления при решении учащимися задач в классической схеме.

Достижение указанных целей возможно при последовательном обучении этому материалу, а точнее в процессе изучения содержания вероятностно-статистической линии, начиная с младших классов и до конца школьного обучения. В современной концепции математического образования эта линия включена в курс математики 5–9 классов наравне с такими привычными линиями, как "Числа и вычисления", "Функции" и т. п.

В "Учебных стандартах школ России" подчеркивается, что в этой новой линии должны проявляться три взаимосвязанные стороны: подготовка в области комбинаторики; формирование статистических умений; формирование представлений о вероятности случайных событий и умений решать вероятностные задачи.

Несмотря на разнообразие аспектов указанных исследований, в стороне остался ряд вопросов:

– установление связей между новой вероятностно-статистической линией и традиционными содержательными линиями школьной математики;

– разработка содержания обучения при поэтапном формировании вероятностно-статистических представлений;

– разработка методики обучения вероятностно-статистическому содержанию, адекватной возрастным особенностям школьников;

– установление преемственности между школьным математическим образованием в области теории вероятностей и математической статистики и профессиональной деятельностью выпускников школы.

Все вышесказанное обуславливает актуальность настоящего исследования.

В связи с этим возникла проблема исследования, которая заключается в разрешении противоречия между декларируемыми целями современного школьного математического образования в области вероятностно-статистической подготовки и отсутствием средств достижения этих целей, соответствующих возрастным особенностям учащихся 5–9 классов.

Объектом исследования является процесс обучения учащихся математике в 5–6 классах и алгебре в 7–9 классах.

Предметом исследования является формирование вероятностно-статистических представлений (ВСП) у учащихся в курсе алгебры основной школы.

Изложенное выше послужило основанием для формулировки темы нашего исследования, цель которого – разработка содержания и методики формирования ВСП у учащихся основной школы.

В своем исследовании мы исходили из следующей гипотезы: обучение алгебре через систему задач с комбинаторным и вероятностно-статистическим содержанием, сконструированную с учетом психологических особенностей учащихся среднего школьного возраста, особенностей овладения вероятностно-статистическим содержанием и этапов формирования ВСП, обеспечит:

– формирование простейших представлений вероятностно-статистического и комбинаторного характера и умений их применять при анализе ситуаций, носящих характер случайности;

– повышение уровня логического мышления учащихся.

Для решения выдвинутой проблемы и проверки гипотезы потребовалось решить следующие частные задачи:

1) выявить и обосновать роль и место комбинаторики, элементов теории вероятностей и математической статистики в курсе математики основной школы;

2) разработать систему задач сюжетно-практического характера с вероятностно-статистическим содержанием, позволяющую формировать ВСП у учащихся основной школы;

3) на основе теоретического анализа научно-методической и психолого-педагогической литературы по проблеме исследования выявить и сформулировать методические условия формирования ВСП у школьников;

4) экспериментально проверить доступность и эффективность разработанной методики и задач, направленных на формирование ВСП.

Методологические основы исследования составляют: философские положения об отражении и о случайном (И.Т. Фролов); теория поэтапного формирования умственных действий (П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина, М.Б. Волович).

Для решения поставленных частных задач использовались следующие методы исследования:

– теоретический анализ научно-методической и психолого-педагогической литературы по проблеме исследования;

– содержательный анализ учебников и учебных пособий по математике, содержащих элементы комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики;

– анкетирование, беседы с учителями и учащимися, наблюдения за ходом учебного процесса;

– педагогический эксперимент, статистическая обработка полученных данных.

Научная новизна исследования состоит в том, что в основу разработки содержания и методики формирования у учащихся ВСП положена теория поэтапного формирования умственных действий, учитывающая индивидуальные и возрастные особенности учащихся и обеспечивающая развитие мировоззренческих представлений, соответствующих распространенности в действительности не только необходимости, но и случайности.

Теоретическая значимость исследования заключается в следующем:

– обоснована роль элементов комбинаторики, теории вероятностей и математической статистики как важного компонента курса математики основной школы;

– сформулированы требования к системе задач, направленной на формирование ВСП и выявлены классификации задач с комбинаторным и вероятностно-статистическим содержанием;

– выделены этапы формирования ВСП, которые позволяют проследить трансформацию ВСП обучаемых от представлений, сформированных на первом этапе (5–7 класс) и являющихся результатом индивидуальных наблюдений и действий с материальными объектами, до второго этапа (8–9 класс), на котором они обобщаются, систематизируются и выступают как инструменты анализа и решения задач.

Практическая значимость исследования заключается в том, что:

– разработана система задач, направленная на формирование ВСП в курсе алгебры основной школы;

– разработана методика формирования ВСП, обеспечивающая преемственность обучения вероятностно-статистическому содержанию на формальном уровне;

– разработанная методика и дидактические материалы могут быть использованы авторами учебных пособий и учебников для учащихся; учителями математики общеобразовательных школ, гимназий, лицеев; студентами педагогических вузов при изучении курса "Теория и методика обучения математике"; на курсах повышения квалификации учителей математики.

На защиту выносятся следующие положения:

1) реализация полифункциональных возможностей вероятностно-статистической содержательно-методической линии, которая, в отличие от линий, строящихся на основе классического детерминизма, позволяет знакомить учащихся с идеями дискретной математики, спо-

собами сбора, обработки и интерпретации статистической информации, с закономерностями мира случайных событий;

2) ключевыми требованиями к системе задач с комбинаторным и вероятностно-статистическим содержанием являются: обеспечение поэтапного формирования ВСП; реализация внутриспредметных связей курса алгебры основной школы; уровневая дифференциация; наличие обобщенных, обратных, аналогичных задач и задач с неполным или избыточным условием;

3) использование разноуровневой системы сюжетно-практических задач с комбинаторным и вероятностно-статистическим содержанием, учитывающей поэтапное формирование ВСП и внутриспредметные связи курса алгебры основной школы, обеспечит преемственность формирования ВСП у учащихся как основы для обучения формальному курсу теории вероятностей и математической статистики в старших классах.

Апробация и внедрение результатов исследования.

Основные теоретические положения и результаты диссертационного исследования докладывались автором и обсуждались на I Межвузовской конференции по информатике "Проблемы преподавания информатики в XXI веке" (2000, г. Куйбышев); на II Всероссийском геометрическом семинаре (2001, г. Псков); на III Сибирских методических чтениях (1999, г. Омск); на V научно-практической конференции негосударственных образовательных учреждений "Опытно-экспериментальная работа как условие повышения качества обучения"; на заседаниях кафедры теории и методики обучения математике ОмГПУ (1999–2002).

Экспериментальная проверка теоретических положений диссертации проводилась в 1997–2002 гг. на базе общеобразовательных школ №157, №28, №47, №123 г. Омска.

В процессе эксперимента апробировались задачи сюжетно-практического характера и методика формирования ВСП при обучении алгебре в основной школе. Его результаты позволили заключить об эффективности методики и системы задач как средства формирования ВСП у школьников 5–9 классов.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, двух глав, библиографического списка, состоящего из 201 источника, и 4 приложений.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обосновывается актуальность проблемы исследования, сформулированы объект и предмет, основная цель и вытекающие из нее конкретные задачи, сформулирована гипотеза и указаны методы исследования, его методологическая основа и научная новизна, определены теоретическая и практическая значимость, положения, которые выносятся на защиту.

В главе I "Теоретические основы формирования вероятностно-статистических представлений в курсе математики основной школы" рассмотрены философские и психолого-педагогические основы обучения вероятностно-статистическому содержанию, проведен анализ препятствий введению этого содержания в курс математики, определены роль и значение вероятностно-статистического содержания в школьном математическом образовании, выявлены роль и место задач, направленных на формирование ВСП, и проведена их классификация, рассмотрен процесс введения вероятностно-статистического содержания в школьный курс математики.

Опираясь на работы Б.В. Гнеденко и А.Н. Колмогорова – основоположников отечественной школы теории вероятностей, вероятностно-статистические представления можно охарактеризовать как:

- современное средство познания и моделирования природной и социальной действительности;
- содержательную основу дискретной математики как фундамента теории информации;
- синтетическое и гибкое единство элементов содержания таких разделов математической науки, как комбинаторика, теория вероятностей и математическая статистика;
- продукт функционирования репрезентативно-когнитивных структур мозга, образовавшихся в деятельности человека в вероятностно организованном мире;
- систематизирующий элемент общеинтеллектуальной и профессиональной культуры будущих выпускников школы.

Основываясь на результатах анализа научно-методической литературы, посвященной обучению элементам теории вероятностей, комбинаторики и математической статистики в средней школе и вузе, мы выделяем основные компоненты, составляющие содержание ВСП:

- комбинаторный,
- вероятностный,
- статистический.

Под ВСП мы понимаем совокупность основ комбинаторного, вероятностного, статистического содержания, формирование которых должно осуществляться поэтапно. Мы выделяем следующие три этапа формирования ВСП:

I. Ознакомление учащихся с простейшими примерами, объектами, играми комбинаторного, вероятностного, статистического характера.

II. Абстрагирование, обобщение и систематизация представлений, накопленных учащимися на первом этапе.

III. Изучение комбинаторного и вероятностно-статистического содержания на формальном уровне.

В отечественном образовании активизация процесса введения вероятностно-статистического содержания обусловлена тем большим влиянием, которое оказали Первый и Второй Всероссийские съезды преподавателей математики в начале XX века. Широкое обсуждение вопроса о введении основ теории вероятностей в курс средней школы начинается с 1913 года по инициативе П.С. Фролова и П.А. Некрасова.

Анализ этого вопроса позволяет заключить, что введение вероятностно-статистического содержания происходило и происходит в рамках движения за реформу и модернизацию преподавания математики в средней школе. А.Н. Колмогоров отмечает, что одной из основных тенденций модернизации является введение в школьное обучение элементов дискретной математики, которое обусловлено развитием компьютерных технологий.

Исследования Б.В. Гнеденко, А. Плоцки, Д.В. Маневича и некоторых других в этом направлении выявили, что вероятностно-статистическое образование не может происходить в сжатые сроки, а требует длительного и постепенного развития идеи вероятности, статистической интуиции и стиля мышления, осмысления событий и ситуаций действительности, имеющих вероятностную природу.

Логическим продолжением деятельности по введению вероятностно-статистического содержания стало наличие во всех современных документах об образовании указания на вероятностно-статистическую линию в курсе математики 5–9 классов наряду с привычными линиями, а также появление учебников А.Г. Мордковича, Г.В. Дорофеева, Л.Н. Шеврина и др., содержащих ее. Это создает предпосылки для формирования адекватных современной науке представлений о реальности, для повышения научного уровня школьных программ по математике, для поиска новых путей обучения предметам естественнонаучного цикла.

В процессе познания природы и общества, неотъемлемой стороной которых является случайный характер ряда явлений, процессов, возникли философские категории "случайность", "необходимость", "возможность", "закономерность", "действительность", "закон". Исторически категория "необходимость" и "случайность" появились как следствие размышлений о судьбе, божественном провидении, свободе воли, о предопределенности бытия. Уже в античной философии был поставлен вопрос о том, что господствует в природе – необходимость или случайность.

Однако как народный опыт, закрепленный в приметах и поговорках, так и представления древних философов о вероятности не выходили за границы качественных оценок (эмпирический этап). Мысль о количественной оценке вероятности возникает позднее, в XVI–XVII веках, когда комбинаторные задачи азартных игр приводят к открытию новых математических моделей. Исторически именно с этого момента познание случайного начинается на рациональном этапе.

Категории "необходимость" и "случайность" обозначают связь, в которой реализуется соответственно одна или несколько возможностей. Необходимые связи называются динамическими закономерностями, а случайные связи – статистическими закономерностями. Статистическая закономерность означает, что событие A в некоторых условиях в серии испытаний появляется с некоторой постоянной вероятностью p .

Таким образом, ВСП черпают свое содержание из повседневного опыта, математических знаний и философии; в своем становлении ВСП проходят от эмпирического уровня до рационального, о чем свидетельствует историческое развитие понятия вероятности, что может быть положено в основу поэтапного обучения этому содержанию.

Человек, живущий в мире, в котором широко распространены вероятностно-статистические закономерности, должен иметь адекватным образом устроенную нервную систему, реагирующую на последовательности причин и следствий. Обучение такими стихийными вероятностно-статистическими представлениями довольствоваться не может. Необходимо целенаправленно формировать представления о вероятностно-статистических закономерностях действительности и умения использовать эти знания в личной и профессиональной жизни, самообразовании.

Из психологии известно, что мышление в своем развитии проходит ряд этапов: наглядно-действенный, наглядно-образный, словесно-логический. При изучении любой области знаний мышление человека последовательно проходит эти этапы развития заново. Все тради-

ционные темы школьной математики единообразны, так как отвечают специфике жестко детерминистического мышления, поэтому знакомство с каким-либо новым разделом математики в рамках классического детерминизма проходит успешно. Иначе дело обстоит с изучением вероятностно-статистического содержания, которое отвечает статистическому типу мышления. Это связано с тем, что формальные курсы ориентированы на словесно-логическое мышление, но мышление в области вероятностно-статистических представлений у старшеклассников находится в лучшем случае на уровне наглядно-действенного мышления, так как формальному курсу не предшествовало обучение материалу сколько-нибудь близкому вероятностно-статистическому. Именно в этом мы видим причину неудачи обучения основам теории вероятностей в 60–70-х гг. XX века и всех последующих попыток обучения этому содержанию на абстрактно-формальном уровне.

В основе всякого усвоения лежит научение. Существующие модели обучения опираются на теоретико-психологические основы, которые используют сущность каждого типа механизмов научения и формирования знаний, умений и навыков: ассоциативная, условнорефлекторная, знаковая и операциональная концепции научения.

Отсюда вытекают следующие принципы обучения: вводить понятия и идеи с помощью специально подобранных задач; расчленять мыслительную деятельность, связанную с введением и применением идей, понятий и фактов, на ее компоненты – умственные действия; формировать у школьников систему умственных действий для различных типов задач и ситуаций; сообщать школьникам признаки, позволяющие определить тип задачи или ситуации, и формулировать их в понятиях; использовать для этого предметные и словесные действия, которые затем преобразуются в соответствующие им умственные действия (Н.В. Метельский).

Организация и реализация деятельности учащихся непосредственно зависит от задач, используемых в обучении (Ю.М. Колягин, Л.М. Фридман, В.А. Далингер, О.Б. Епишева и др.). Задачи являются основным средством формирования ВСП. Мы предлагаем использовать следующие классификации задач по формированию ВСП в курсе алгебры основной школы:

- по содержанию,
- по результату решения,
- по отношению к практике,
- по требованию задачи,
- по этапам моделирования реальной ситуации.

Традиционные вероятностно-статистические задачи с фишками, кубиками, монетами, шарами и т.п. связывают вероятностно-статистическое содержание с внеучебным опытом школьника, а задачи, которые наравне с вероятностно-статистическим используют содержание традиционных линий курса алгебры, позволяют связывать это содержание с учебным опытом познания.

Сюжетно-практические задачи комбинаторного и вероятностно-статистического содержания являются основным и необходимым средством обучения вероятностно-статистическому содержанию и организации деятельности учащихся по овладению этим содержанием.

На основании проведенного анализа психолого-педагогической литературы, исследований по теме диссертации, анализа собственного опыта работы в школе сделаны следующие выводы:

1. Формирование ВСП в курсе алгебры основной школы нужно рассматривать как процесс поэтапного обучения комбинаторному, вероятностному и статистическому содержанию на уровне, доступном учащимся подросткового возраста.

2. Основным средством формирования ВСП в обучении математике является разноуровневая система сюжетно-практических задач.

3. Обучение вероятностно-статистическому содержанию должно основываться на теории поэтапного формирования умственных действий.

В главе II "Методика формирования вероятностно-статистических представлений при обучении алгебре в основной школе" проводится анализ учебников и учебных пособий, содержащих комбинаторный и вероятностно-статистический материал, формулируются требования к системе упражнений, рассматриваются средства и методы, способствующие формированию ВСП, выявляются методические особенности формирования ВСП, приводятся результаты экспериментального исследования.

Вероятностно-статистический материал традиционно изучался на факультативных и кружковых занятиях, поэтому большое распространение получили разнообразные пособия и сборники задач, рассчитанные на такие формы организации обучения.

Как показал анализ учебных пособий, наиболее распространены те, которые предназначены для факультативных и кружковых занятий, и пособия, рассчитанные на формирование ВСП на третьем этапе (материалы для формальных курсов).

Для проведения более качественного анализа нами, на основании теоретических положений первой главы и выделенных этапов

формирования ВСП, были сформулированы следующие требования к совокупностям задач:

1) в формулировках задач в развернутом виде должно быть представлено комбинаторное, вероятностное и статистическое содержание;

2) задачи должны обеспечивать как накопление единичных фактов и примеров ситуаций комбинаторного и вероятностно-статистического характера, так и их обобщение и систематизацию;

3) наряду с традиционными должны быть задачи с житейским и профессиональным содержанием;

4) задачи должны обеспечивать активизацию и стимуляцию познавательной деятельности учащихся, для чего их решение должно проходить в форме споров, игр, выдвижения и проверки гипотез, моделирования, обсуждений;

5) задачи должны обеспечивать возможность дифференцированного и индивидуального темпа и уровня обучения;

6) задачи должны обеспечивать овладение учащимися деятельностью, адекватной содержанию этих задач, их решение должно предполагать проведение аналогий, обратных операций, обобщений, учета всех условий, а также использование специфических комбинаторных, вероятностных и статистических умений.

Наряду с задачами, как основным средством формирования ВСП, для оптимизации и управления процессом обучения должны использоваться и другие средства обучения: приборы и модели; печатные средства; экранные средства; контрольно-обучающие устройства и технические средства обучения.

К первому виду средств следует отнести: фишки, шары, жетоны, карточки, таблицы случайных чисел, урны, кубики, рулетки, волчки, графы, блок-схемы; ко второму виду – учебники, учебные и справочные пособия, сборники задач, плакаты, опорные схемы, карточки с индивидуальными заданиями; к третьему виду – диапозитивы, кодоскоп, кинофильмы; к четвертому виду – калькуляторы разных типов, компьютеры, педагогические программные средства, электронные учебники.

Эффективность применения компьютеров обусловлена следующими факторами:

1. Быстрота и надежность обработки любого вида информации.
2. Возможность представления информации в графической форме.
3. Хранение и быстрота подачи больших объемов информации.

4. Возможность моделирования с помощью компьютера разнообразных процессов.

5. Активизация содержательной, операционной и мотивационной сторон процесса обучения.

6. Оперативное управление учебной деятельностью учащихся.

7. Возможность оптимально дифференцировать учебную деятельность школьников в зависимости от уровня подготовки, познавательных интересов и т. д.

8. Организация оперативного контроля и помощи учащимся со стороны учителя.

9. Возможность проводить различные математические эксперименты.

При обучении элементам теории вероятностей, а именно при изложении статистического подхода к определению вероятности, особое место занимают 1, 4 и 9 факторы. Например, решение задач на статистическое определение вероятности с помощью программ (приложение 4) занимает несколько секунд и при этом позволяет провести большое число испытаний, что хорошо выявляет устойчивость относительной частоты. Приведем анализ функционального наполнения этих программ. Все представленные в приложении 4 программы связаны с проведением испытаний со случайными исходами.

Программы "Эксперименты", "Эксперимент с кубиками", "Билеты" направлены главным образом на формирование у учащихся представления об устойчивости относительной частоты случайного события. В этом смысле интересна программа "Эксперименты с кубиками", позволяющая моделировать N испытаний с W кубиками, так как предварительно, до работы с программой, можно организовать работу учащихся по выдвижению гипотез о большей или меньшей возможности появления той или иной суммы очков, а затем экспериментально, с помощью компьютера проверить ее.

Программа "Число π " организует бросание случайных точек в квадрат, в который вписана четверть круга, и вычисляет по относительной частоте случайного события "Точка попала в часть круга" площадь этой части круга, из которой выражается π . Это интересно еще и тем, что относительная частота события "Точка попала в часть круга" – рациональное число, а вероятность этого события есть иррациональное число, и сколько бы мы ни проводили испытаний, мы никогда не сможем получить точное значение π (но при увеличении числа испытаний мы будем получать более точные приближения вероятности, равной $\pi/4$, а значит и числа π).

Программа "Игра с шарами" загадывает число шаров красного, синего и зеленого цветов и просит учащегося угадать их количества, предлагая две подсказки: число шаров какого-то цвета (или общее число шаров) и относительные частоты появления шара каждого цвета при N испытаниях (число N задает сам школьник). Это позволяет формировать у учащихся представление о том, что вероятность обусловлена множеством элементарных и благоприятствующих событий (классическое определение на данном этапе не вводится).

Особенности использования этих средств и методов обучения описаны в параграфе 2.2 диссертации.

Эксперимент показал, что для целенаправленного формирования ВСП у учащихся следует обеспечивать выполнение следующих требований:

- наблюдение за объектом, имеющим вероятностно-статистическую природу, сопровождается словесным пояснением учителя, который должен всеми доступными средствами и методами довести до сознания учащихся тот факт, что поведение этого объекта и появление того или иного его состояния с большей или меньшей возможностью зависит от свойств этого объекта и от комплекса условий, в которых этот объект наблюдается;

- для повышения точности и полноты ВСП следует организовывать выполнение учащимися сходных в чем-либо наблюдений, игр, экспериментов, решение аналогичных задач;

- ВСП формируется во взаимосвязи с основными понятиями арифметики, алгебры и геометрии (множество, число, цифра, дробь, отношение, проценты, отношения сравнения, уравнение, произведение, неравенство, степень, фигура, длина, площадь, график и т.д.);

- формирование ВСП осуществляется в ходе индивидуальной и групповой практической деятельности учащихся по открытию математических фактов, свойств, объектов в процессе решения сюжетно-практических задач с комбинаторным и вероятностно-статистическим содержанием;

- ВСП используются учащимися в повседневной деятельности и предшествуют обучению комбинаторному и вероятностно-статистическому содержанию на формальном уровне в старших классах;

- повышение качества формируемых в курсе алгебры ВСП можно обеспечить привлечением содержания учебных предметов естественнонаучного профиля.

Этапы формирования ВСП по классам основной школы представлены таблицей 1, в которой знак "-" означает, что обучение веро-

ятносно-статистическому содержанию на данном этапе в данном классе не происходит, а знак "+" – происходит.

Таблица 1

Хронология этапов формирования ВСП

Этапы	Классы				
	5	6	7	8	9
I	+	+	+	+	+
II	-	-	-	+	+
III	-	-	-	-	-

Поясним хронологию этапов формирования ВСП в основной школе.

Психологические исследования (Ж. Пиаже, Е. Фишбейн) в качестве наиболее благоприятного для формирования ВСП возраста указывают период с 10 до 13 лет. На 15-летний возраст приходятся значительные изменения в сформированности умения обобщать. Следовательно, начинать формирование первоначальных (I этап) ВСП нужно не позднее 5 класса, а обобщать и систематизировать первоначальные представления (II этап) нужно с 7–8 класса основной школы.

Перечислим основные элементы содержания компонентов ВСП, которые формируются в курсе алгебры основной школы:

1) комбинаторный компонент ВСП:

- конечное множество элементов с заданными свойствами, варианты элементов и их виды;
- комбинаторные задачи и их виды;
- способы решения комбинаторных задач, основные правила комбинаторики, формулы;

2) вероятностный компонент ВСП:

- события и сравнение возможностей их наступления;
- эксперименты со случайными исходами;
- вероятность и ее виды;

3) статистический компонент ВСП:

- статистические данные и их представление;
- статистические характеристики;
- статистические исследования, принятие решений с помощью статистических характеристик.

В основу методики формирования ВСП положены пропедевтика формирования ВСП в 5–9 классах; применение задач сюжетно-практического содержания; применение моделей и моделирования;

применение задач с элементами содержания традиционных линий курса математики основной школы.

Специфика обучения вероятностно-статистическому содержанию в основной школе характеризуется использованием эмпирических методов обучения, а также основных методов научного познания анализа, синтеза, аналогии, сравнения, построения моделей, обобщения. Рассмотрим особенности использования моделей и моделирования, где это проявляется наиболее полно.

Использование моделей и моделирования в качестве средства формирования начальных ВСП и их систематизации предполагает постепенное вовлечение учащихся в процесс экспериментирования, изучения (сравнения), конструирования моделей некоторых ситуаций.

Школьникам следует предлагать задачи, в которых для получения ответа требуется выполнить ряд действий (провести эксперимент, выдвинуть предположение и т. п.), то есть они должны добыть нужную информацию в процессе решения задачи. Решая подобные задачи, учащиеся научатся проводить эксперименты со случайными исходами, фиксировать результаты испытаний, сравнивать возможности. Кроме того, они придут к представлению о генераторе случайного (это предмет, в результате действий с которым можно получить случайный исход, причем возможности появления того или иного исхода зависят от свойств предмета).

После решения достаточно разнообразных задач на экспериментирование учащиеся естественным образом подводятся к представлениям о частоте случайного события и ее свойствах, а выполняя анализ и сравнение решенных задач и экспериментов, приходят к выводу о существовании трех типов генераторов случайного (урны, рулетки, кости). Над задачами проводится работа по сравнению: *задача А и задача В похожи (аналогичны), так как в них используется один тип генератора случайного*, т. е. генератор случайного начинает рассматриваться как некоторая модель задачной ситуации или эксперимента.

Логическим продолжением этой работы становится моделирование одних генераторов случайного (а значит и тех ситуаций, которые они порождают) другими генераторами. Приведем пример.

Задача 1. Чем можно заменить монету при решении спорного вопроса между двумя школьниками?

Решая эту задачу (и аналогичные ей), учащиеся осуществляют выбор таких известных им генераторов, которые обладают аналогичными свойствами: имеют два возможных исхода; исходы эксперимента с генератором, равновозможные. Следовательно, монету можно заменить игральным кубиком (четное или нечетное число очков), вер-

04-09036

ГОС. НАУЧНАЯ
БИБЛИОТЕКА
имени
Н. Д. Ушинского

тушкой (поле разделено пополам и окрашено в разные цвета), мешком с четным числом шаров (половина шаров белого цвета, а другая – черного), колодой карт (черная или красная масть) и т. п.

Задача 2. Статистика рождаемости позволяет утверждать, что относительная частота рождения мальчика колеблется около числа 0,517. Смоделируйте данную ситуацию с помощью известных вам генераторов случайного. Проведите испытания и сравните относительные частоты с числом 0,517.

В результате обсуждения данных этой задачи и сравнения ее с ранее решенными аналогичными задачами, учащиеся подводятся к следующим моделям:

- рулетка, поле которой разделено двумя радиусами на две части, имеющие площади $483/517$;
- прямоугольник 20×50 клеток, внутри которого расположен прямоугольник 47×11 клеток;
- мешок с 1000 шарами, из которых 517 белых;
- таблица случайных чисел.

По требованию задачи учащиеся должны проверить найденные модели на соответствие реальной ситуации, проведя серию экспериментов. Однако модель с шарами использовать практически весьма трудно, поэтому, после рассмотрения простой задачи (эксперимент с бросанием игрального кубика (чет/нечет) можно заменить бросанием монеты (орел/решка)), учащиеся подводятся к выводу: чтобы урновая модель верно отражала ситуацию, необходимо и достаточно иметь отношение белых шаров к общему числу шаров 0,517.

В процессе специально организованного поиска учащиеся способны обнаружить, что такое отношение имеет урновая модель с 15 белыми шарами из 29: $15/29 = 0,5172$, что близко к 0,517. Эта модель и подвергается экспериментальной проверке.

Задача 3. В квадрат со стороной равной 1 вписан круг. Проведите статистические испытания и найдите площадь круга и приближенное значение числа π . Можно ли получить более точные приближения? Как это сделать?

Учащимся сообщается, что можно поступить двумя способами: 1) построить квадрат; вписать в него окружность; по таблице случайных чисел построить случайные точки; сосчитать число точек в круге и в квадрате; разделив первое число на последнее, получим площадь круга; приравняв полученное число к πR^2 и решив уравнение относительно π , получим приближенное значение числа π ; 2) провести компьютерный эксперимент.

Первый способ трудоемок, а второй – можно реализовать на лабораторном занятии по алгебре в кабинете информатики, что позволит за несколько секунд *проверить предположение учащихся* о том, как получить более точные значения числа π (именно это развивает вероятностную интуицию).

Проведенный теоретический анализ и анализ результатов эксперимента позволяют предложить следующее тематическое планирование по классам основной школы:

5 класс: Решение комбинаторных задач (5 ч);

События и их виды (5 ч);

6 класс: Способы решения комбинаторных задач (5 ч);

Эксперименты со случайными исходами (10 ч);

7 класс: Статистические характеристики (2 ч);

Перестановки (4 ч);

Статистическое определение вероятности (9 ч);

8 класс: Статистические характеристики (5 ч);

Сочетания (5 ч);

Классическое определение вероятности (5 ч);

9 класс: Статистические исследования (10 ч);

Геометрическое определение вероятности (5 ч).

На основании вышеизложенного в диссертации формулируются требования к подготовке учащихся по этапам формирования ВСП в основной школе:

– после изучения ВСП в 5–7 классах учащиеся должны: иметь представление о комбинаторных задачах; осуществлять перебор составлением дерева и таблицы вариантов; сравнивать возможности наступления случайных событий, используя выражения "более возможно", "менее возможно", "невозможно", "достоверно" и т. п.; организовывать и проводить эксперименты со случайными исходами; оценивать вероятность случайного события по его относительной частоте;

– после изучения содержания в 8–9 классах учащиеся должны иметь представления об основных способах решения комбинаторных задач; уметь вычислять число вариантов с заданными свойствами; уметь вычислять вероятность равновероятных случайных событий; находить основные статистические характеристики ряда данных; уметь читать и использовать статистические данные, представленные в виде графиков, таблиц, диаграмм.

Эксперимент проводился в три этапа: 1) констатирующий; 2) поисковый; 3) обучающий. На констатирующем этапе (1997 – 1998 гг.) выявлялся уровень сформированности ВСП у учащихся 5–6 классов, проводились анкетирование и беседы с учителями средних школ Омска, анализировались учебники и учебные пособия, содержащие комбинаторный и вероятностно-статистический материал.

На поисковом этапе (1999 – 2000 гг.) на основании материалов и выводов констатирующего этапа был разработан курс "Комбинаторика и вероятность" для учащихся 7–8 классов основной школы. Основной задачей на этом этапе являлась разработка методики формирования ВСП, создание учебного пособия, содержащего комбинаторные и вероятностные задачи, и проверка возможности использования данного пособия, а также некоторых средств и материалов обучения на третьем этапе эксперимента.

На третьем (обучающем) этапе (2001 – 2002 гг.) учителям омских средних школ были предложены задачи сюжетно-практического характера с комбинаторным и вероятностно-статистическим содержанием (приложение 1), раздаточный материал, развертки генераторов случайного (кубики, волчки, фишки) для самостоятельного изготовления, которые должны быть предъявлены всем учащимся 7–8 классов на уроках алгебры.

Выбор 7–8 классов для обучающего этапа эксперимента был обусловлен главным образом тем, что в этом возрасте у учащихся происходят психологические изменения в развитии мышления (возрастает значение логических операций и прежде всего обобщения).

Учителям математики 7–8 классов были даны материалы и инструкции, используя которые, они предлагали учащимся на уроках алгебры задачи, рассчитанные на первый этап формирования в I и II четверти, а задачи, рассчитанные на второй этап формирования ВСП в III и IV четверти.

Чтобы получить объективную картину, отражающую влияние разработанной методики и задач на результативность обучения, были проведены текущие самостоятельные работы (метод параметрических срезов). Всего было проведено 4 среза: 1-й – в середине первой четверти; 2-й – в начале второй; 3-й – в середине третьей; 4-й – в начале четвертой четверти.

Приведем пример одной из самостоятельных работ, которая предлагалась в 7 классе школы №123 Омска.

Вариант 1

Задача 1. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 и 6 составили всевозможные двузначные числа. Перечислите те из них, которые: а) делятся на 7; б) делятся на 3.

Задача 2. В правильном пятиугольнике провели все диагонали. Сколько треугольников каждого вида (равнобедренных и неравнобедренных) образовалось?

Задача 3. В двух мешках находится соответственно 100 и 400 шаров, из которых в первом мешке – один красный, а во втором – 3

красных. Из какого мешка больше шансов достать не глядя красный шар?

Задача 4. Канцелярскую кнопку бросили 400 раз, из которых кнопка упала на острие 185 раз. Приблизительно сколько раз кнопка выпадет на острие при 5000 бросаниях.

Задача 5. В мешке a белых шаров и b черных. Вероятность того, что при извлечении двух шаров появятся два одинаковых шара, вычисляется по формуле $P = \frac{a^2 + b^2 - a - b}{(a + b - 1)(a + b)}$. Из двух наборов выберите тот, для которого вероятность появления двух одинаковых шаров больше:

- 1) $a = 2, b = 8$;
- 2) $a = 3, b = 7$.

Выполненные учащимися срезовые самостоятельные работы оценивали по 5-балльной системе.

Приведем результаты выполнения 25 учащимися первой и четвертой самостоятельных работ (табл. 2).

Таблица 2

Результаты самостоятельных работ

Учащиеся (№)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Первая с/р	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	2	2	3	3	3	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3
Четвертая с/р	2	3	3	4	3	2	3	5	5	4	3	4	3	2	4	4	3	3	3	4	3	5	4	2	4
Знак разности отметок	0	+	+	+	+	-	0	+	+	+	+	+	0	-	+	+	+	+	+	+	0	+	+	-	+

Гипотеза H_0 : разработанная методика и задачи не способствуют формированию простейших представлений вероятностно-статистического характера и умений их применять.

Гипотеза H_1 : разработанная методика и задачи способствуют формированию простейших представлений вероятностно-статистического характера и умений их применять.

Значение статистики критерия T равно числу положительных разностей отметок, полученных учащимися. Согласно данным табли-

цы 2, $T = 18$. Из 25 пар в 4 случаях разность измерений равна 0, следовательно, остается только 21 ($25 - 4 = 21$) пара, т. е. $n = 21$.

Для определения критических значений статистики критерия $n - t_2$ используем специальную таблицу. Для уровня значимости $\alpha = 0,01$ при $n = 21$ значение $n - t_2 = 16$. В соответствии с правилом принятия решения ($T > n - t_2$) нулевая гипотеза отклоняется и принимается альтернативная гипотеза, что позволяет сделать вывод о том, что разработанная методика и задачи обеспечивают формирование ВСП и умений их применять, а значит верна первая часть гипотезы нашего исследования.

Таблица 3
Тест: Логико-понятийное мышление

		Второе тестирование	
		Меньше 3 баллов	Не меньше 3 баллов
Первое тестирование	Меньше 3 баллов	A 7	B 8
	Не меньше 3 баллов	C 1	D 9

Влияние обучения комбинаторному и вероятностно-статистическому содержанию на мышление учащихся проверялось с помощью тестов "Логико-понятийное мышление. Образование сложных аналогий" и "Выделение существенных признаков" (приложение 2), которые предлагались учащимся до и после обучающего эксперимента. Результаты тестирования представлены в таблицах 3 и 4. Для сопоставления данных эксперимента был использован метод Макнамары.

Гипотеза H_0 : разработанная методика и задачи не способствуют повышению уровня логического мышления учащихся.

Гипотеза H_1 : разработанная методика и задачи способствуют повышению уровня логического мышления учащихся.

Для первого теста имеем: $n = C + B = 1 + 8 = 9$ ($9 < 20$), следовательно, значение статистики $t_1 = \min(B, C) = 1$. Вероятность появления $t_1 \leq 1$ при $n = 9$ равна 0,020. При уровне значимости $\alpha = 0,05$ верно неравенство $0,020 < \alpha/2$. Значит, гипотеза H_0 отклоняется на уровне значимости $\alpha = 0,05$ и принимается альтернативная гипотеза H_1 .

Для второго теста имеем: $n = C + B = 0 + 6 = 6$ ($6 < 20$), следовательно, значение статистики $t_2 = 0$. Вероятность появления $t_2 = 0$ при $n = 6$ равна 0,016. При уровне значимости $\alpha = 0,05$ верно неравенство $0,016 < \alpha/2$. Значит, гипотеза H_0 отклоняется на уровне значимости $\alpha = 0,05$ и принимается альтернативная гипотеза H_1 . Таким образом, на основе анализа результатов проведенного тестирования методом Макнамары можно заключить, что разработанная методика формирования ВСП и задачи способствует повышению уровня логического мышления.

Таблица 4

Тест: Выделение существенных признаков

		Второе тестирование	
		Не больше 3 баллов	Больше 3 баллов
Первое тестирование	Не больше 3 баллов	10	6
	Больше 3 баллов	0	9

Итак, анализ всех этапов экспериментальной работы дал основание полагать, что разработанная методика формирования ВСП и задачи сюжетно-практического характера позволяют эффективно формировать основы вероятностно-статистических знаний у учащихся 5–9 классов основной школы, общеинтеллектуальные умения и развивать мышление и формировать интерес к математическим и вероятностно-статистическим знаниям, их применению для решения несложных практических задач.

Основные результаты исследования.

Выполненное диссертационное исследование было нацелено на разработку содержания и методики формирования вероятностно-статистических представлений у учащихся 5–9 классов.

Обучение математике через систему задач с комбинаторным и вероятностно-статистическим содержанием, сконструированную с учетом психологических особенностей учащихся среднего школьного возраста, особенностями овладения вероятностно-статистическим содержанием и этапов формирования ВСП, обеспечило формирование простейших представлений вероятностно-статистического характера и умений

применять их при анализе ситуаций, носящих характер случайности, и формирование логического мышления учащихся.

В процессе решения задач, поставленных перед исследованием, были получены следующие результаты и выводы:

1. Аппарат теории вероятностей и математической статистики является важным компонентом общеинтеллектуальной и профессиональной культуры членов современного общества, для овладения которым необходимо пропедевтическое обучение в курсе математики основной школы как первоначальным, так и систематизированным ВСП.

2. Разработан сборник упражнений и задач, в котором задачи расположены по содержанию и по уровням сложности, а также приведены методические рекомендации по их использованию; разработаны требования к задачам на формирование ВСП; проведены классификации задач.

3. На основе анализа и изучения научно-методической литературы по проблеме исследования выявлены этапы формирования ВСП, компоненты содержания ВСП, средства и методы обучения, способствующие формированию ВСП, среди которых и такое современное средство как компьютер, разработаны компьютерные программы, выявлены методические особенности формирования ВСП у учащихся 5–9 классов.

4. Экспериментально доказано, что разработанная методика и система задач обеспечивают формирование первоначальных ВСП, умений их применять при решении задач, а также способствуют повышению уровня логического мышления учащихся.

5. Пропедевтическое обучение целесообразно осуществлять на основе теории поэтапного формирования умственных действий, которая позволяет осуществить поэтапное вхождение учащихся в мир случайного.

6. Комбинаторные и вероятностно-статистические задачи с традиционным, житейским и профессиональным содержанием являются основным средством формирования и развития ВСП, общеинтеллектуальных умений.

7. На первом этапе можно говорить о формировании ВСП в психологическом смысле; на втором этапе формирование ВСП характеризуется выделением их существенных свойств и формированием понятий; на третьем этапе происходит систематизация понятий и их свойств в локально-дедуктивную теорию; формирование ВСП на каждом из этих этапов характеризуется как их содержанием, так и соответствующими ему умственными действиями.

8. Разработано тематическое планирование комбинаторного, вероятностного и статистического содержания для курса алгебры основной школы.

9. Для повышения качества ВСП у учащихся при обучении математике следует использовать задачи с элементами содержания традиционных линий.

Выполненное диссертационное исследование не является исчерпывающим, но выявляет тот круг проблем, которые требуют своего осмысления и разрешения. В дальнейшем целесообразно продолжить исследование в плане разработки методического комплекса по математике с учетом современных тенденций модернизации содержания школьного математического образования.

Наиболее важные положения и результаты диссертационного исследования отражены в следующих публикациях:

1. *Болотюк В.А.* Сборник упражнений и задач по элементам комбинаторики и теории вероятностей: Учебное пособие / Под ред. проф. В.А. Далингера. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2002. – 75 с.

2. *Болотюк В.А.* О некоторых вопросах преподавания школьной геометрии // Проблемы геометрического образования на современном этапе: Материалы II Всероссийского геометрического семинара. – Псков: Изд-во ПГПИ, 2001. – С. 49–50.

3. *Болотюк В.А.* Некоторые особенности формирования вероятностно-статистического стиля мышления учащихся при изучении элементов теории вероятностей и статистики с использованием компьютера // Проблема преподавания информатики в XXI веке / Сост. А.Ж. Жафяров, И.Л. Горбачев, С.А. Платов. – Куйбышев: Изд-во Куйбышевского филиала НГПУ, 2000. – С. 13–16.

4. *Болотюк В.А.* Формирование вероятностно-статистического стиля мышления у учащихся // Наука образования: Сборник научных статей. Выпуск 19. Часть 2. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2001. – С. 149–152.

Лицензия ЛР №020074

Подписано в печать 15.11.02

Усл. печ. л. 1,5

Тираж 100 экз.

Ризография

Уч.-изд. л. 1,4

Формат 60 x 84/16

Издательство ОмГПУ, 644099, г. Омск, наб. Тухачевского, 14, к. 254.

№ 22098

9086 x/171