

51 (044)
Е-406

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОТКРЫТЫЙ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

ЕЖКОВА Валентина Геннадьевна

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ
ОСВОЕНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ
ЯЗЫКА ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

Специальность 13.00.02 - теория и методика
обучения математике

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

Москва - 1999

Работа выполнена на кафедре алгебры и геометрии
Московского государственного открытого педагогического
университета.

Научный руководитель -

доктор физико-математических наук,
профессор Г.В. ДОРОФЕЕВ

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,
профессор С.В. ПЧЕЛИНЦЕВ,

кандидат педагогических наук,
доцент О.С. МЕДВЕДЕВА.

Ведущая организация -

Российская Академия повышения квалификации и
профессиональной переподготовки работников
образования

Защита состоится "17" ноября... 1999 г. в 13. часов на
заседании диссертационного совета Д 113.25.04 по
присуждению ученой степени кандидата педагогических
наук по специальности 13.00.02 - теория и методика
обучения математике в Московском государственном
открытом педагогическом университете по адресу:
109004, Москва, ул. Верхняя Радищевская, д. 16-18.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке университета.
Автореферат разослан "11" октября 1999 г.

издана

А.Х. Ин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования. В последние годы произошли коренные изменения всех сфер общественной жизни страны. Образование как основной институт подготовки новых членов и накопления интеллектуального потенциала общества широко включилось в процесс обновления. Инновационные процессы затронули все звенья системы образования. Особенно ощутимые изменения происходят в школьном образовании. Сущность преобразований составляют экспериментальные исследования, поиск новых форм и методов обучения.

Необходимость обновления содержания, методов и форм обучения обусловлена изменением "социального заказа" в вопросе активизации индивидуального развития личности. Как утверждается в Законе РФ "Об образовании", содержание образования должно ориентироваться на "обеспечение самоопределения личности, создание условий для ее самореализации" и должно обеспечить, в частности, "адекватный мировому уровень общей и профессиональной культуры общества; формирование у обучаемого адекватной современному уровню знаний и уровню образовательной программы (степени обучения) картины мира; интеграцию личности в национальную и мировую культуру; формирование человека и гражданина, интегрированного в современное ему общество и нацеленного на совершенствование этого общества...".

В качестве основного направления реформы системы образования выступает ориентация на "культуросообразную школу". В концепции "Развитие содержания общего среднего образования" (РАО ИОСО, 1997) выделены принципы, в соответствии с которыми должен идти процесс преобразований: демократизация, гуманизация, гуманитаризация, фундаментализация, интенсификация и ориентация на непрерывность образования.

Основные направления обновления школьного образования относятся в полной мере и к математическому образованию. Современный подход к проблеме содержания математического образования определяется переносом акцента с внутренней цели обучения (подготовить к продолжению образования), на внешнюю (формирование и развитие культуры мышления). Общекультурная ценность математики с точки зрения формирования культуры мышления неоспорима. Именно в процессе обучения математике развиваются многие качества мышления, среди них - гибкость, критичность, логическая обоснованность и другие.

Реформа математического образования осуществляется в соответствии с ранее изложенными принципами. В качестве основополагающих принципов выделим гуманитарную ориентацию обучения математике и приоритетное значение развивающей функции в обучении.

Развивающий эффект обучения математике мы связываем, прежде всего, с повышением показателей умственного развития учащихся. Такое ограничение главной задачи обучения по целостному развитию личности считаем правомерным. Если учесть, что развитие мышления неразрывно связано с развитием личности, то регулируя процесс умственного развития учащихся на разных этапах обучения, мы постепенно будем выходить за пределы этой узкой проблемы в более широкую область вопросов формирования личности.

Умственное (интеллектуальное) развитие - сложное явление, характеризующееся совокупностью черт, обусловлено рядом причин, прежде всего, содержанием знаний и умениями, которые формируются в процессе обучения. Знания, приобретаемые в школе, можно разделить на две неравные части: одну составляют приемы умственной деятельности (интеллектуальные умения), а другую - конкретный материал изучаемого предмета. В зависимости от целей обучения определяется доминирующее положение одной из них. Современные цели обучения выделяют "интеллектуально-ориентированные знания и умения".

Обладающая высоким гуманитарным потенциалом математика в новой концепции представлена как языковая дисциплина и может рассматриваться как "база для общекультурного и общеинтеллектуального развития".

Поводом для формирования особого взгляда на математику во многом послужили возросшие требования общества к уровню общей культуры выпускника школы, и прежде всего, к уровню языковой культуры. Термин "языковая культура" используется нами не как самостоятельное, а скорее, как объединяющее понятие. В частности, языковая культура включает и культуру мышления, и лингвистическую культуру, и культуру речи.

С позиции понимания математики как языка, играющего существенную роль в процессе мышления и общения в современном информационном обществе, можно найти точки соприкосновения ее с чисто языковыми дисциплинами. Трудность состоит в отыскании наиболее важных и методически целесообразных направлений такого сближения. Избранный нами путь решения проблемы развивающего обучения в той ее части, которая касается вопроса интеграции интеллектуально-ориентированных знаний и умений с традиционным математическим

содержанием, характеризуется применением идей и методов семиотики - отрасли современной логики, которая занимается изучением закономерностей структуры и применением знаковых систем.

Проблема исследования состоит в изыскании методических возможностей совершенствования эффективности обучения через освоение логических конструкций школьного математического языка.

Объект исследования - содержание и процесс обучения математике в средней школе.

Предмет исследования - методика освоения логических конструкций языка школьной математики.

Цель исследования - разработать методику освоения логических конструкций как дидактически значимых элементов языковой культуры в рамках обучения математике.

Достижение намеченной цели и решение основной проблемы диссертационного исследования связаны с выдвижением в качестве рабочей следующей гипотезы - понимание и сознательное усвоение логических конструкций школьного математического языка, выявленных на основе сравнительного анализа особенностей естественного языка и математического языка, данных психолого-педагогических исследований взаимоотношения языка и мышления, и построение методической системы, направленной на развитие математического мышления и языка в их органическом единстве, будет способствовать повышению эффективности обучения математике.

Конкретизировать дальнейшую деятельность по решению поставленной проблемы возможно путем постановки следующих задач исследования:

- обосновать целесообразность освоения логических конструкций, исходя из единства логической структуры мышления и языковой формы его выражения;
- выявить на основе сравнительного анализа естественного и математического языков основные логические конструкции школьного математического языка;
- разработать методические принципы освоения логических конструкций в рамках школьного курса математики;
- провести экспериментальную проверку влияния разработанных методических подходов на повышение эффективности обучения математике.

Проблема, цель и задачи обусловили выбор методов исследования, которые состояли в следующем:

- изучение документов по совершенствованию среднего и высшего образования;
- знакомство с данными психолого-педагогических исследований;
- изучение и анализ литературы по тематике исследования;
- теоретические обоснования основных принципов решения проблемы исследования;
- экспериментальная работа, включающая констатирующий эксперимент по выявлению фактического состояния и динамики роста языкового развития учащихся; обучающий эксперимент по определению наиболее приемлемых методов и приемов работы; анализ результатов обучения на основе реализации предложенной методики.

Научная новизна исследования определяется следующими позициями: разработаны принципы развертывания линии логических конструкций в школьном курсе математики и построена система упражнений, направленных на их освоение.

Практическая ценность состоит в том, что разработанные теоретические положения и экспериментальные исследования могут быть использованы преподавателями математики и гуманитарных дисциплин для совместной работы по формированию мышления, развитию языка и речи учащихся; в практике работы школ, лицеев, гимназий в рамках действующих программ; при совершенствовании школьных учебников и методических пособий; учителями-методистами, преподавателями педагогических вузов при проведении занятий по МПМ и дисциплинам математического цикла.

Достоверность и обоснованность результатов диссертационного исследования обеспечена высокой степенью достоверности данных философских, психолингвистических, психологических, педагогических, научно-методических работ, диссертаций, учебно-педагогической и учебно-методической литературы, на которые мы опирались при разработке теоретических положений и методической системы. Кроме того, достоверность подтверждается результатами экспериментального обучения.

Апробация и внедрение результатов. Выводы и методические рекомендации, сформулированные в исследовании, использовались при обучении математике в школе и в практике работы Орехово - Зуевского педагогического института; теоретические и экспериментальные положения обсуждались на научно-практических конференциях, заседаниях кафедры алгебры и геометрии Московского го-

сударственного открытого педагогического университета и кафедры математики Орехово-Зуевского педагогического института. Главные результаты исследования отражены в пяти публикациях автора.

На защиту выносятся следующие положения:

- обоснование целесообразности и возможности изучения логических конструкций в процессе обучения математике;
- методическая система освоения логических конструкций школьного математического языка.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, шести параграфов, композиционно объединенных в две главы, заключения и библиографии. Основной текст работы изложен на 147 страницах машинописного текста, включая 14 рисунков, 3 таблицы, 1 диаграмму и список литературы на 18 страницах, содержащий 200 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дано обоснование выбора и актуальности темы исследования, охарактеризованы предмет и объект, сформулирована цель, высказана гипотеза, определены задачи по достижению поставленной цели.

В первой главе "Теоретические обоснования проблемы освоения логических конструкций в процессе обучения математике" рассмотрен ряд теоретических положений и обоснована наша позиция на предмет взаимодействия интеллектуального развития и языковой культуры личности, дается содержательный обзор исследований по данной проблематики, исследуется состояние логико-языковой подготовки выпускников школы и студентов педагогического вуза, выявляется характер и причины ошибок и затруднений учащихся, вводится понятие логической конструкции и перечисляются основные логические конструкции школьного математического языка.

Эффективность развития общества и деятельности любого человека неразрывно связана с необходимостью обладания определенным уровнем культуры и постоянного ее повышения. Поэтому вопросы культуры, в широком понимании этого слова, всегда привлекали и привлекают внимание деятелей культуры и образования, педагогов, политиков и предпринимателей. Современные условия российского общест-

ва выдвигают к культуре личности новые требования, определяемые новыми взаимоотношениями человека и общества.

Широко распространенное отождествление культуры с образованностью, позволяет выделить основные ее составляющие: интеллектуальную развитость, глубокие и обширные знания, способность к самообразованию и самостоятельность мышления.

Основу культуры составляет "культуротворческая деятельность" человека. Деятельность человека не приобретает культуротворческий характер автоматически, стихийно, для формирования адекватных нравственных качеств, знаний и умений личности необходима целенаправленная работа. Для выполнения этой работы и предназначена школа как социальный институт. В этом аспекте современная школа и должна взять на себя задачу подготовить молодого человека к жизни не только в узком плане обеспечения более или менее широким набором утилитарных или чисто предметных "базисных" знаний, умений и навыков, но и в гораздо более широком и более существенном плане развития способности ориентироваться в нестандартных ситуациях, способности к саморазвитию и самообразованию, высокого уровня коммуникативных умений.

Коммуникативные умения как необходимый компонент культуротворческой деятельности и основа полноценного функционирования человека как члена общества реализуется, прежде всего, в языковой форме. Более того, в языке выражены все явления культуры, все акты человеческой деятельности (познание, общение, труд и др.). В то же время, являясь элементом культуры, язык представляет собой многосложный феномен, отображающий одновременно и законы природы, и законы социума и законы духовного совершенства человека.

Основы коммуникативной деятельности формируются в школе, в общении, прежде всего учителя и ученика. Речь идет о профессиональном общении, которое организует учитель, используя достижения психологии, дидактики и методики обучения своему предмету. В школе дается характеристика базовых знаков и семантических правил в рамках соответствующих дисциплин, главным образом, гуманитарных и математических. Как отмечал К.Д. Ушинский: "Языки изучаются с различной целью", одна из которых состоит в том, чтобы "дать средство логическому развитию уму, так как усвоение организма каждого языка дает в этом отношении средства наилучшей умственной дисциплины".

Возможности каждого учебного предмета в вопросе развития мышления и других сторон умственной деятельности практически безграничны. Однако, за всю историю человечества пока не найдено луч-

шего способа развития интеллектуальных и творческих способностей, чем при помощи математики. Подобную мысль выражали выдающиеся философы, представители конкретных наук, такие как, М. Ломоносов, Ф. Бэкон, Р. Декарт, И. Кант, А. Пуанкаре и др., и современные ученые, А.Я. Блох, М.Я. Блох, Г.В. Дорофеев и др.

Математика дает удобные способы описания самых разнообразных явлений и выполняет тем самым функцию языка. Важно подчеркнуть, что математика хотя и выполняет функции языка, но не является таковым. Иногда встречающиеся в литературе высказывания типа "математика - это язык" являются скорее, афористическими, чем точными.

Безусловно, математика как и любая другая наука имеет языковую основу, которая рассматривается с различных аспектов. Для математики такими аспектами являются естественный язык и язык терминов и символов. Но во всех реальных практических ситуациях нет никаких символов и математических знаков, проблема возникает исключительно в мыслительной форме и формулируется на естественном языке.

В исследовании математика рассматривается как деятельность, направленная на эффективное использование языка, а обучение математике как деятельность, направленная на овладение этим языком.

Образовательная функция уроков языка ничем не отличается от образовательной функции уроков математики. Если, формированию культуры речи на уроках языка уделяется достаточное внимание (этому вопросу посвящен целый ряд исследований), то для других предметов эта проблема, естественно, не является первоочередной. Вместе с тем на формирование культуры речи и общей языковой культуры оказывает влияние обучение любой школьной дисциплине, и особая роль в этом аспекте принадлежит именно математике.

Среди авторов, проводивших исследования в направлении формирования элементов языковой культуры на уроках математики или в близких ему направлениях, отметим А.А. Столяра, И.Л. Никольскую, Дж. Икрамова, Т.А. Кондрашенкову, С.В. Варфоломееву, М.Е. Драбкину, Л.С. Оксман и другие. Названные авторы занимались проблемой развития языковой и речевой культуры, рассматривая ее в рамках общей проблемы логического развития учащихся в процессе обучения математике.

Значение логики в процессе обучения математике становится ясным, если учесть, что процесс познания представляет собой определенную деятельность, направленную на восприятие информации в особых знаково-логических формах: понятиях, высказываниях, и складывается,

в основном, из также структурно определенных процедур: выводов, доказательств, обобщений, определений, операций с понятиями и высказываниями и др.

Формальный строй мышления, как и его содержание выявляются в языке. Признавая единство языка и мышления, следует признать единство во всех их составных элементах, в том числе структурных элементах.

Синтаксический строй любого языка укладывается во всеобщий тип логико-синтаксического строя мышления. Понятия всегда выражаются в форме слова или словосочетания, суждения получают форму предложений или группы предложений. Способы связи слов, строение самих слов, средств построения предложений чрезвычайно разнообразны и образуют особенности каждого языка.

С отмеченных общих позиций в работе рассматривается школьный математический язык.

Составными элементами языка являются логико-математические символы, чертежи, научные термины с элементами естественного языка. В отличие от языка науки, язык обучения содержит описание различных примеров, экспериментов, индукций, аналогий, разъяснений, различных приложений теории, вообще всего того, что должно обеспечить усвоение учащимися излагаемого материала.

Мыслительная деятельность в процессе обучения математике осуществляется на базе языка слов и может получить свое выражение в виде различных символов. Математические символы настолько абстрактны, что никакой другой язык, кроме письменного, в виде знаков, не годится для операций над ними.

Математическая мысль более глубока по содержанию, чем языковой отрывок ее описывающий. Однако математические знаки "не являются только записью мысли, средством ее изображения и закрепления, они воздействуют на саму мысль, они до известной степени направляют ее, и бывает достаточно переменять их на бумаге, согласно известным, очень простым правилам, для того, чтобы безошибочно достичь новых истин".

В основе математического мышления лежит стремление к преобразованию, поскольку любой математический объект может быть познан только через различные преобразования (словесные, конструктивные, структурные и т.п.). Действия по реконструкции языковых выражений относятся к рациональным (интеллектуальным) процедурам и составляют отличительную черту деятельности по усвоению учебного предмета "Математика". Операции преобразования осуществляются по

двум направлениям: во-первых, вербализация символических записей и, во-вторых, интерпретация выражений естественного языка в математических символах.

Преобразования составляют основу деятельности по усвоению понятий и теорем, проведению доказательств, решению уравнений и неравенств. Осуществление данных интеллектуальных действий невозможно без осознания логической формы (структуры) языковых выражений.

Математическому языку, в своей интерпретации опирающемуся на естественный язык, присущи некоторые черты обычного языка: многозначность (явления синонимии и омонимии), громоздкость и сложность конструкций. Говоря об этих недостатках естественного языка, следует признать, что они имманентны ему, являются вполне допустимыми на уровне обычного сознания. На уровне научного мышления они выступают серьезным препятствием в деле адекватного отображения логической структуры мысли, а через нее и структуры отражаемых сознанием отношений.

Математическая мысль сама по себе является строгой и однозначной, но при выражении на естественном языке может оказаться неясной, неопределенной и поэтому ошибочной. Следовательно, отмеченные недостатки должны быть устранены или хотя бы ослаблены.

Это может быть достигнуто путем использования в школьном математическом языке логических, в том числе кванторных конструкций. Употребление логико-языковых конструкций типично для математики и обусловлено формальным характером математического языка. Важной особенностью формального языка математики является прямое соотношение между структурой знаковой формы и структурами, выражающими смысловое содержание. Соответствие состоит в том, что каждой существенной части структуры мысли соответствует определенная часть знаковой формы. Поэтому осмыслить содержание не представляется возможным без анализа структуры предложения.

Организация языковой формы сообщения обозначается различными терминами: структура, строение, форма, конструкция. Эти понятия имеют хотя и близкие значения, но различные смысловые оттенки. Использование того или иного термина обусловлено определенным аспектом в организации языкового сообщения. В своем исследовании мы применяем оборот "логическая конструкция".

Математическая теория в школьном обучении изучается содержательно в определенной конкретной интерпретации и представляет собой множество предложений различных структур. Математические

предложения конструируются с помощью логических операторов (словесных выражений), обозначающих различные логические операции над предметами. В методической литературе выделяются три основных типа математических предложений в школьном курсе: определения, высказывания (аксиомы, теоремы) и высказывательные формы (уравнения, неравенства, системы и совокупности).

Каждое математическое предложение является суждением об общих свойствах предметов и явлений и выражается простым, ясным и точным языком, не допускающим никаких недоразумений и двусмысленности. Эти качества в математических суждениях выступают наиболее ярко, благодаря особой простоте и четкости математических понятий и их взаимосвязей. Придание четких значений понятиям осуществляется посредством определений, а простота связей между понятиями достигается использованием логических конструкций.

По сравнению с бесконечным множеством конкретных словосочетаний и предложений, число логических конструкций вполне обозримо, даже несмотря на большое их разнообразие.

Общей основой структуры математических предложений является его четкое членение на исходное, данное в высказывании, обозначаемое в лингвистике как "тема" (в логике как "субъект"), и то, что следует сказать о данной теме, какое действие следует выполнить и т.п., обозначается "ремой" ("предикат"). Тема и рема являются взаимообусловленными компонентами. В отличие от обычного языка, в математических предложениях предикативная форма всегда ярко выражена.

Любое предложение, и не только математическое, либо является элементарным, либо сложным, построенным из элементарных с помощью союзов (логических связок). Проблема установления логической формы предложения заключается в выявлении элементарных предложений в составе сложного и определении характера связи между ними.

Анализ логических связей, выявление логических конструкций мы осуществляем в определенной системе, уделяя особое внимание языковым тонкостям и логическим оттенкам предложений, которые условно разделили на простые, организованные при помощи логических союзов, и составные - включающие в состав несколько конструкций.

К основным логическим конструкциям нами отнесены назывные, описательные, сравнительные, союзные (конъюнктивные, дизъюнктивные, имплекативные), кванторные (универсальные, экзистенциальные) и конструкция отрицания.

Традиционная методика обучения с преобладанием объяснительных методов нацелена, главным образом, на усвоение предметных зна-

ний и операционных умений, в плане формирования логической и языковой культуры показывает неутешительные результаты.

В основу экспериментальных исследований, проводившихся в 1996-98 годах среди 164 школьников 10-11 классов и 184 студентов разных курсов физико - математического факультета педагогического института, было положено два аспекта: уровень владения естественным и математическим языками с точки зрения правильности и точности выражения мысли, понимание логической структуры предложений и связи между различными теоремами.

Была исследована сравнительно небольшая группа учащихся. Необходимы исследования гораздо большего контингента. Однако, на наш взгляд, уже имеющиеся данные указывают некоторые типичные особенности языковой и логической подготовки, присущие отдельным категориям учащихся.

Констатирующий эксперимент показал, что типичным недостатком логико-языковой подготовки учащихся школ и студентов можно считать отсутствие сознательного понимания смысла и содержания математических понятий и утверждений, что находит выражение в невозможности интерпретации символических записей и осуществления преобразований различных логических структур.

Отмеченные пробелы в подготовке учащихся вызваны, на наш взгляд, недостаточным вниманием к вопросам интеллектуального и языкового развития в процессе обучения математике, хотя задачи по формированию, развитию и совершенствованию "интеллектуальных и речевых умений путем развития логического мышления и обогащения математического языка" отмечаются в качестве основных в проекте стандартов среднего математического образования.

В работе предлагается усовершенствовать обучение математике путем овладения логическими конструкциями школьного математического языка. Для чего необходимо целенаправленное руководство процессом обучения, включающего, прежде всего, разработку соответствующей методической концепции.

В т о р а я г л а в а "Методика организации освоения логических конструкций в школьной практике обучения математике" посвящена реализации теоретических положений первой главы, в частности, разработаны методические принципы организации освоения логических конструкций, представлена типология упражнений, используемых в процессе обучения, демонстрируется конкретная методика освоения

логических конструкций в курсе математики 5 класса, описаны экспериментальное исследование и его результаты.

В параграфе 2.1 сформулированы принципы совершенствования логико-языковой подготовки учащихся посредством освоения логических конструкций школьного математического языка, которые конкретизируют определенные философские, дидактические и методические принципы. Одни из них можно рассматривать как требования к организации процесса обучения, другие - к его содержанию, формам и методам. Речь идет о четырех основных принципах освоения логических конструкций в процессе обучения математике.

1. Изучение логических конструкций с привлечением содержательного материала и с опорой на практический опыт и интуицию.

Знания конструктивных особенностей языка школьной математики должны вводиться не формально, не как свод правил, а как результат обобщения имеющегося опыта. Таким опытом можно считать опыт по преобразованию структуры предложений, приобретенный учащимися на уроках языка. В процессе обучения у школьников вырабатывается ряд действий по соотношению семантических и конструктивных свойств предложений и воспитывается способность конструировать и преобразовывать предложения не на интуитивной основе, а согласно жестким языковым ориентирам.

Другим аспектом выдвижения данного принципа является использование при изучении логических конструкций содержательного материала, учитывая при этом сферу преимущественных интересов обучающихся.

2. Поэтапность в освоении логических конструкций школьного математического языка.

Принцип осуществляется по следующим направлениям: этапность в организации учебной деятельности по овладению одной логической конструкцией (этап введения, формирования представлений; этап усвоения; этап закрепления), и последовательность изучения основных логических конструкций.

3. Использование системы упражнений как средство, способствующее освоению учащимися логических конструкций.

После введения конструкций, важно не само знание фактов, а их реализация; важны не навыки их формального использования, а возможность их приложения в конкретной ситуации. "Организирующим ядром" процесса освоения логических конструкций считаем деятельность по решению задач. Эффективность этого процесса во многом зависит от отбора, конструирования, организации упражнений.

Детальный анализ проблемы организации системы упражнений требует, прежде всего, рассмотрения этапов формирования соответствующих знаний и умений, выявления роли и содержания упражнений на каждом из этапов, определения наиболее целесообразной последовательности их использования и т.д.

4. Систематическое и направленное применение знаний логических конструкций в языковой, содержательной и логической реконструкции учебного материала.

Отличительная черта деятельности по усвоению материала школьной математики состоит в осуществлении преобразований выражений как естественного языка, так и математического языка. Принимая за основу данную позицию, особого внимания заслуживает реконструкция как прием умственной деятельности. Основа реконструкции - правильное понимание учебного материала, которое достигается в результате активной мыслительной деятельности, решающей предпосылкой которой считаем знание основных логических конструкций школьного математического языка.

Выводы психологических исследований по вопросу осознания школьниками собственных мыслительных действий позволяют отнести изучение логических конструкций в рамки младшего звена основной школы. Данную позицию подтверждает проведенный нами анализ конструктивных особенностей основных типов математических текстов учебных пособий для средней школы.

Построение математических текстов (определений, правил, теорем) начиная с 5 класса, осуществляется с помощью основных логических конструкций. В дальнейшем последние используются повсеместно, постепенно приобретая формальный характер и участвуя в создании более сложных структур. Естественно предположить, чем успешнее осуществляется формирование представлений о конструктивных особенностях математического языка в самом начале изучения систематических курсов, тем нагляднее и доступнее строгое изложение логических вопросов на следующих этапах обучения. В связи с этим, следует решить проблему направленности и глубины изучения логико-языковых элементов на каждой ступени обучения.

Понятия "высказывание", "истина", "ложь", "тема", "рема" мы считаем фундаментальными понятиями языка школьной математики, поэтому имеет смысл отнести их в самое начало систематического курса. Изучение других логических элементов ведется в плане рассмотрения

возможных конструктивных особенностей субъекта и предиката математической мысли или их взаимосвязи.

В теме "Сравнение натуральных чисел" значения сравнительных конструкций уточняются и принимают вид логических знаний отношений "больше на", "меньше на", "больше в", "меньше в". В случае сравнения трех чисел считаем возможным ввести (неформально) конъюнктивную конструкцию.

Дальнейший анализ математических предложений целесообразно вести в отношении построения отрицания самых простых утверждений.

Начиная с 5 класса, необходимо постепенно приучать учащихся к использованию простейших дедуктивных умозаключений. Первым шагом в обосновании собственных суждений считаем знакомство с общими и частными утверждениями.

Доказательство общих утверждений начинается, как правило, с введения обозначений произвольного элемента и описания его свойств, характерных для любого элемента рассматриваемого множества. В этой связи целесообразно познакомить учащихся с конструкцией "описательного" определения, ключевыми словами которого являются "пусть", "возьмем", "обозначим", "допустим" и т.п.

В теме "Делимость чисел" мы предлагаем ввести конструкцию необходимого и достаточного условия. Естественно, термины "необходимое" и "достаточное" условие по отдельности не используются, вместо них отношение равносильности утверждений выражается словами "в том и только том случае", "тогда и только тогда", "если и только если" и другими.

Рассмотрение равносильности высказываний позволяет с полным основанием ввести конструкцию назывного определения, которая неявно используется до этого момента.

Использование буквенных обозначений для фиксации мыслей поднимает мышление школьников на новый уровень. Однако, для точной записи математических предложений нужно учитывать кванторный смысл фразы и фиксировать его в письменной форме. Введение кванторных обозначений мы относим к началу 6 класса.

В продолжении начатой темы имеет смысл показать учащимся утверждения, сочетающие в себе разноименные кванторы, что позволит представить многообразие математических предложений. Вопросу отрицания утверждений с кванторными конструкциями сложной формы можно придать формальный характер.

Следующим этапом работы над структурой математических предложений считаем преобразование утверждения в форму "если, то". Им-

пликативная запись предложения позволит четко выделить условие и заключение, что является важным шагом в правильном доказательстве теоремы.

Логически строгое определение конъюнктивных и дизъюнктивных связей предлагаем рассмотреть в темах "Неравенства" и "Совокупности и системы уравнений и неравенств".

Вопросы логического характера относятся к такому материалу, который не усваивается сразу и навсегда, скажем, после их изучения. К таким вопросам необходимо возвращаться многократно, при каждой предоставившейся для этого возможности, в процессе изучения любой темы курса, при рассмотрении любого вопроса. Знания о логических конструкциях постепенно уточняются и окончательная их "шлифовка" должна происходить при изучении математических курсов в старшей школе.

Основное условие, способствующее эффективному использованию конструктивных элементов в анализе структуры математических предложений, состоит в их четком выявлении. Однако, в вопросе усовершенствования обучения путем рассмотрения логических конструкций изменения в меньшей степени коснутся содержания и в большей степени организации его изучения.

Средством усвоения содержания обучения, что касается овладения основными логическими конструкциями школьного математического языка, являются упражнения. Требования к упражнениям как к способу организации и управления учебно-познавательной деятельностью предполагают формирование творческого мышления в процессе усвоения знаний логических конструкций и формирования соответствующих умений. Выполнение этого требования во многом зависит от иерархии упражнений.

Система упражнений, предлагаемая с целью освоения логических конструкций следующая.

1. Упражнения, стимулирующие усвоение логических конструкций.
2. Упражнения, организующие и осуществляющие учебно-познавательную деятельность учащихся по освоению логических конструкций.
 - 1) Упражнения на раскрытие смысла логических конструкций и их усвоение.
 - 2) Упражнения, в процессе выполнения которых осуществляется деятельность по выявлению логической структуры математических предложений.

- 3) Упражнения практического характера, на преобразование выражений в соответствии с установленными правилами.

Методическая реализация общих положений демонстрируется на примере изучения логических конструкций в 5 классе.

При организации и проведении занятий мы выработали следующую исследовательскую стратегию: начали с постановки педагогической цели формирования у школьников определенных интеллектуальных знаний и умений (например, умения извлекать информацию, выделять отдельные элементы, комбинировать их, выводить следствия, переформулировать и др.), затем создавали соответствующую систему упражнений, призванных обеспечить формирование перечисленных умений, далее оценивали позитивные изменения в сформированности этих умений.

В параграфе 2.1 представлены тематическое планирование логико-языкового материала и содержание обучения, предлагается система упражнений.

С целью апробации предложенной методики освоения логических конструкций в рамках начального звена основной школы в 1996/97 гг. проведены экспериментальное обучение и завершающий эксперимент.

Экспериментальную группу составляли учащиеся пятых классов школы № 1037 и школы № 788 (г. Москва) общим количеством 144 человека. В контрольную группу вошли учащиеся пятых классов школы - лицея № 9 и школы - гимназии № 14 (г. Орехово-Зуево) и 5а Юркинской школы (Орехово-Зуевский район) общим числом 186 человек.

Цель экспериментального обучения: путем непосредственного руководства работой учителей по предлагаемым материалам, на основе полученных результатов обучения выявить достоинства и недостатки учебных материалов, получить конкретные данные для их усовершенствования и выработать эффективную методику освоения логических конструкций школьного математического языка.

Задачами экспериментального исследования являлись:

1. Проверка доступности избранных методических подходов в освоении логических конструкций школьного математического языка.
2. Оценка влияния экспериментального обучения на осознание учащимися процесса моделирования, развитие их творческих способностей и повышения интереса школьников к предмету "Математика".

Средством оценки позитивных изменений в сформированности умений: составлять математическое выражение по словесной форме, работать с буквенными абстракциями (символическими обозначения-

ми), соотносить графическую иллюстрацию с символической записью, проводить лингвистический анализ текста и составить модели задач, преобразовывать математические предложения, является качественный анализ процесса решения учащимися специальных заданий логико-лингвистического характера.

Для проверки степени достоверности полученных результатов и правильного их обобщения мы пользовались методами статистической обработки, в частности двусторонним критерием χ^2 : $\chi^2 = 15,42$

Вычисленное значение χ^2 больше уровня значимости, поэтому можно с большей определенностью считать достоверно различающимися результаты выполнения работы экспериментальной и контрольной групп.

Согласно правилу принятия решения для критерия χ^2 , полученные результаты дают достаточное основание для подтверждения гипотезы о позитивных изменениях в сформированности отдельных интеллектуальных умений в процессе экспериментального обучения. Так, правильно составляют математические предложения по словесной форме 29% учащихся экспериментальной группы и 22% учащиеся контрольной группы, умеют работать с символами (буквенными абстракциями) соответственно 27% и 11%, соотносят графическую иллюстрацию с символической записью 60% и 22%, проводят лингвистический анализ текста и составляют математическую модель 17% и 10%, выполняют преобразования математических предложений 9% и 1% учащихся.

Как можно видеть, по всем рассматриваемым параметрам экспериментальная группа опережает контрольную, что находит отражение и в общем проценте успеваемости по результатам выполнения работы, который составил в экспериментальной группе 35%, а в контрольной - 25%.

Результаты работы свидетельствуют об улучшении качества знаний учащихся, прошедших экспериментальное обучение. Повышение качества знаний выражается, в частности, в более глубоком понимании изучаемого материала, в осознании своих действий в процессе преобразования математических выражений, более прочном усвоении умения соотносить словесные формулировки с математическими записями, символические записи с графической иллюстрацией. Результаты экспериментального исследования позволяют заключить следующее.

1. Предложенные методические подходы в изучении логических конструкций в рамках курса математики 5 класса доступны учащимся, что находит выражение в повышении активности учащихся на уроках, прежде всего, при выполнении устных упражнений, интереса к

ИЗДАНИЕ
В. С. С.

учебному предмету с их стороны. Учащиеся переносят знания логического характера для анализа структуры учебных текстов других школьных дисциплин.

2. Реализация методических критериев организации деятельности по освоению логических конструкций способствует тому, что получаемые знания становятся более осознанными и прочными.
3. Разработанная методика ориентируется на среднестатистического обучаемого и обеспечивает базовый уровень знаний и умений.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Настоящее исследование представляет собой один из возможных путей осуществления интеграции интеллектуально - ориентируемых знаний и умений с традиционным математическим содержанием. В работе решены следующие задачи, выдвигаемые в связи с исследованием проблемы освоения логических конструкций языка школьной математики.

1. Проведен анализ философской, психолого-педагогической и методической литературы как непосредственно по данной проблеме, так и по проблемам, смежной с исследуемой. Обоснована целесообразность включения логико-языковых вопросов в практику обучения математике. Исходя из единства языка и мышления, рассматривая математику как познавательную деятельность, а школьный математический язык как способ ее организации, в работе выявлена их общность в структурных элементах, которая находит выражение в использовании логических конструкций.
2. На основе сравнительного анализа естественного языка и математического языка выделены основные логические конструкции школьного математического языка: конструкции назывного и описательного определения, сравнительные конструкции, конструкция отрицания, союзные конструкции (конъюнктивная, дизъюнктивная, импlicative) и др. При рассмотрении конструктивных особенностей словосочетаний и предложений внимание уделялось языковым тонкостям и логическим оттенкам. Предложенная классификация логических конструкций не претендует на завершенность и абсолютный характер.
3. В работе исследовалось состояние логико-языкового развития учащихся старших классов и студентов. Отмеченные типичные ошибки учащихся, связанные, главным образом с отсутствием сознательного

понимания смысла и содержания математических понятий и суждений, позволяют утверждать, что традиционная методика обучения математике недостаточно ориентирует учителей на организацию деятельности по освоению логических компонентов курса математики. Мы предлагаем усовершенствовать обучение математике путем овладения основными логическими конструкциями, в связи с чем создана методическая концепция.

4. В методической работе по освоению логических конструкций целесообразно руководствоваться следующими принципами: изучение логических конструкций с привлечением содержательного материала и с опорой на практический опыт и интуицию; поэтапность в освоении логических конструкций школьного математического языка; систематическое и направленное применение знаний логических конструкций в языковой, содержательной и логической реконструкции учебного материала и другие. Реализация перечисленных методических принципов позволяет обеспечить методически оптимальное усвоение логических конструкций школьного математического языка, учитывающее задачи и цели обучения математике в школе на современном этапе.
5. Предлагаемые методические подходы в освоении конструктивных элементов реализованы в курсе математики 5 класса: обоснована поэтапность введения логических конструкций, разработана система упражнений, способствующих усвоению и дальнейшему использованию полученных знаний в обучении. Как показали результаты завершающего эксперимента методика доступна для большинства учащихся, а система упражнений способствует формированию отдельных интеллектуальных умений по анализу языковой структуры утверждений.

Проблема освоения логических конструкций школьного математического языка не исчерпывается рассмотренными вопросами. Проведенное исследование создает основу и намечает возможные методические подходы в ее решении. Продолжением начатых исследований естественно считать разработку методики освоения логических конструкций в курсах алгебры и геометрии основной и старшей школы, разработку и включение в программу "Методика преподавания математики" специальных вопросов логико-лингвистического характера с целью повышения языковой культуры студентов педагогического института.

Основное содержание диссертационной работы отражено в следующих публикациях:

1. Комплексный подход к проблеме развития мышления и языка в процессе обучения математике. // Математика в вузе и школе: обучение и развитие. - Новгород: НРЦРО, 1997. - С. 95 - 96.
2. Опыт использования теоретических языковых понятий для повышения логического развития учащихся. // Математическое образование: традиция и современность. - Н. Новгород: Изд-во НГПУ, 1997. - С. 59-61.
3. Осуществление принципа гуманитаризации в математическом образовании. // Гуманитаризация образования как фактор развития региональной социообразовательной среды. - Оренбург: Изд-во ОИУУ, 1997. - С. 56 - 57.
4. Проблемы изучения и использования математических символов. // Язык. Общение. Бизнес. - М., 1996. - С. 44 - 46.
5. Языковой аспект гуманитарной направленности школьного курса математики. // Гуманитарный потенциал математического образования в школе и педвузе. С-Пб.: Изд-во "Образование", 1996. - С. 149 - 150.

